

Dźwig budowlany a szybki transport zimnych atomów

Tomasz Kawalec

5 listopada 2007

ENS, Laboratoire Kastler Brossel



l'Université Pierre et Marie Curie



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pełeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski

Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

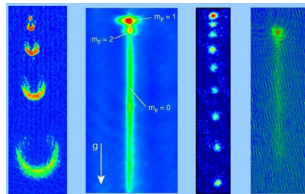
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pełeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
 - Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

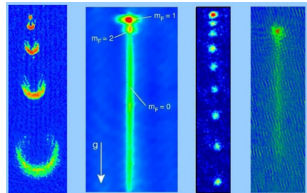
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pełeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

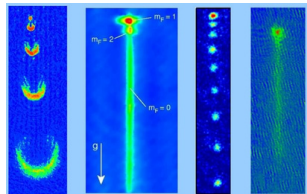
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Peşeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pełeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pełeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Peşeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pełeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pełeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

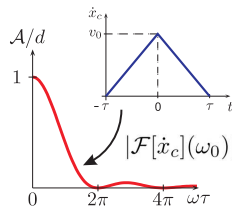
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Peşeta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

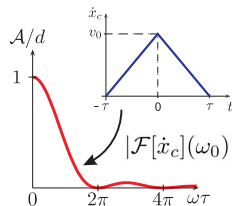
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pęseta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

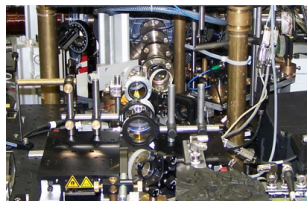
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pęseta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

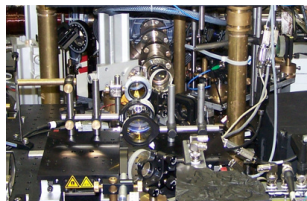
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pęseta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

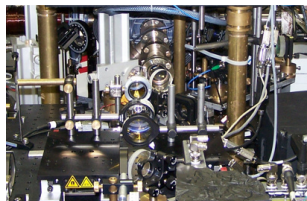
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pęseta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Spis treści

- Droga do lasera atomowego

- Grupa
- Cel i osiągnięcia

Transport zimnych atomów

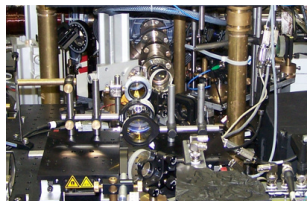
- W jakim celu
- Dotychczasowe realizacje
- Optymalizacja transportu (i co ma do tego dźwig albo suwnica)

Opis matematyczny

- Analogia optyczna

Realizacja eksperymentalna

- Pęseta optyczna i MOT
- Transport atomów
- Demonstracja makroskopowa
- Wyniki i wnioski



Ecole Normale Supérieure → Laboratoire Kastler Brossel → grupa „wiązek atomowych”



- Gaël Reinaudi
- TK
- David Guéry-Odelin
- Antoine Couvert

Poprzednio:

- Jean Dalibard
- Zhaoying Wang
- Thierry Lahaye

Ecole Normale Supérieure → Laboratoire Kastler Brossel → grupa „wiązek atomowych”



- Gaël Reinaudi
- TK
- David Guéry-Odelin
- Antoine Couvert

Poprzednio:

- Jean Dalibard
- Zhaoying Wang
- Thierry Lahaye

jesień 2008: przeprowadzka Paryż → Tuluza
możliwa wymiana studentów

Ecole Normale Supérieure → Laboratoire Kastler Brossel → grupa „wiązek atomowych”



- Gaël Reinaudi
- TK
- David Guéry-Odelin
- Antoine Couvert

Poprzednio:

- Jean Dalibard
- Zhaoying Wang
- Thierry Lahaye

jesień 2008: przeprowadzka Paryż → Tuluza

możliwa wymiana studentów

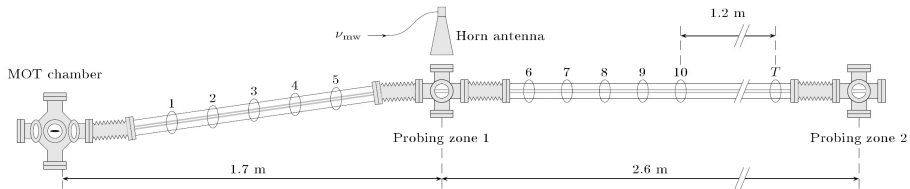
- cel: konstrukcja lasera atomowego o działaniu ciągłym

- cel: konstrukcja lasera atomowego o działaniu ciągłym
- dotychczasowe realizacje laserów atomowych: uwalnianie atomów z pułapki magnetycznej (W. Ketterle, T. Esslinger, W.D. Phillips, A. Aspect, J.D. Close), optycznej (M. Weitz) lub hybrydowej (A. Aspect)

- cel: konstrukcja lasera atomowego o działaniu ciągłym
- dotychczasowe realizacje laserów atomowych: uwalnianie atomów z pułapki magnetycznej (W. Ketterle, T. Esslinger, W.D. Phillips, A. Aspect, J.D. Close), optycznej (M. Weitz) lub hybrydowej (A. Aspect)
- alternatywna droga: **chłodzenie atomów w wiązce**

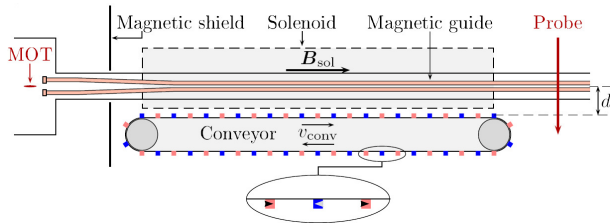
- cel: konstrukcja lasera atomowego o działaniu ciągłym
- dotychczasowe realizacje laserów atomowych: uwalnianie atomów z pułapki magnetycznej (W. Ketterle, T. Esslinger, W.D. Phillips, A. Aspect, J.D. Close), optycznej (M. Weitz) lub hybrydowej (A. Aspect)
- alternatywna droga: **chłodzenie atomów w wiązce**
- zalety:
 - duże natężenie wiązki atomów
 - laser o pracy naprawdę ciągłej

- cel: konstrukcja lasera atomowego o działaniu ciągłym
- dotychczasowe realizacje laserów atomowych: uwalnianie atomów z pułapki magnetycznej (W. Ketterle, T. Esslinger, W.D. Phillips, A. Aspect, J.D. Close), optycznej (M. Weitz) lub hybrydowej (A. Aspect)
- alternatywna droga: **chłodzenie atomów w wiązce**
- zalety:
 - duże natężenie wiązki atomów
 - laser o pracy naprawdę ciągłej
- problemy:
 - chłodzenie przez odparowanie w 2D — mało efektywne
 - krótki czas dostępu na odparowanie
 - układ eksperymentalny trudny do realizacji



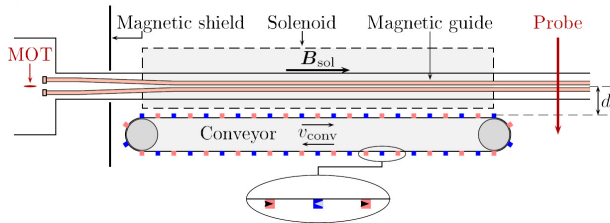
- 2D MOT
- $N_{MOT} = 2 \times 10^9$ at.
- $\partial B / \partial x \leq 1$ kGs/cm
- $I_{guide} \leq 400$ A
- $\gamma_{col} = 5 \text{ s}^{-1}$
- $\phi_{fin} = 7 \times 10^9$ at/s
- $\rho_{fin} = 2 \times 10^{-7} = 10 \times \rho_{ini}$
- $T_{fin} = T_{ini} / 4$

Phys. Rev. A. 72, 033411 (2005)



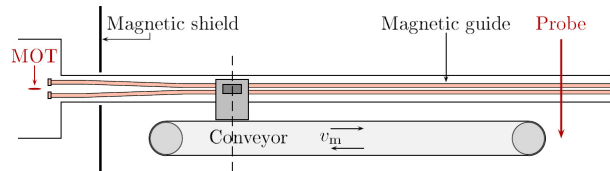
- ciąg pułapek IP
- odparowanie 3D
- $B_{depth} = 50$ Gs
- $v_{conv} \sim 100$ cm/s

Phys. Rev. A 74, 033622 (2006)



Phys. Rev. A 74, 033622 (2006)

- ciąg pułapek IP
- odparowanie 3D
- $B_{depth} = 50$ Gs
- $v_{conv} \sim 100$ cm/s



Eur. Phys. J. D 40, 405 (2006)

- lustro magnetyczne
- $B_{bar} = 160$ Gs
- $E_{fin}/E_{ini} = 5\%$
- $v_m = 20...120$ cm/s

Transport zimnych atomów umożliwia:

- dostarczanie atomów do obszarów wolnych od wiązek laserowych i cewek pułapek MOT
- ułatwienie badania oddziaływań z powierzchnią ciał stałych
- ładowanie atomów do siatek optycznych
- kontrolowanie pozycji atomów we wnękach optycznych
- przemieszczanie atomów pomiędzy różnymi częściami układu eksperymentalnego
- konstrukcję układu do ciągłej produkcji kondensatu BE

Transport zimnych atomów umożliwia:

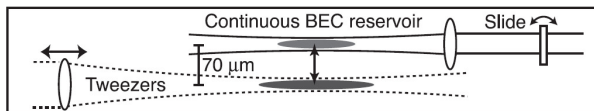
- dostarczanie atomów do obszarów wolnych od wiązek laserowych i cewek pułapek MOT
- ułatwienie badania oddziaływań z powierzchnią ciał stałych
- ładowanie atomów do siatek optycznych
- kontrolowanie pozycji atomów we wnękach optycznych
- przemieszczanie atomów pomiędzy różnymi częściami układu eksperymentalnego
- konstrukcję układu do ciągłej produkcji kondensatu BE

Zagadnienia optymalnego transportu dotyczą m.in.:

- zagadnień inżynierskich
- kontroli położenia jonów do obliczeń kwantowych
- eksperymentów z dziedziny zimnych atomów

- nieruchome cewki ze zmiennymi prądami — Esslinger (2001)
- pęseta optyczna — Ketterle (2002)
- mechanicznie przesuwane cewki — Cornell (2003)
- mechanicznie przesuwane magnesy, pułapki IP — Guéry-Odelin (2006)
- sieci optyczne — Meschede (2001), Denschlag (2006)
- mikropułapki IP — Hänsch (2001), Reichel (2005), Zimmerman (2005)

- nieruchome cewki ze zmiennymi prądami — Esslinger (2001)
- pęseta optyczna — Ketterle (2002)
- mechanicznie przesuwane cewki — Cornell (2003)
- mechanicznie przesuwane magnesy, pułapki IP — Guéry-Odelin (2006)
- sieci optyczne — Meschede (2001), Denschlag (2006)
- mikropułapki IP — Hänsch (2001), Reichel (2005), Zimmerman (2005)



Science 296, 2193 (2002)

- wybór potencjału pułapkującego: **harmoniczny**
- praktyczna realizacja: dno potencjału dipolowego pułapki optycznej

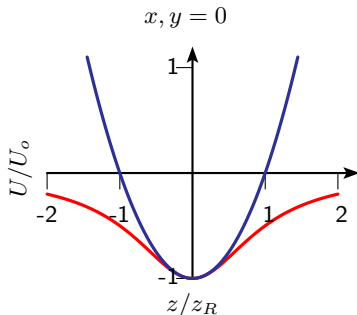
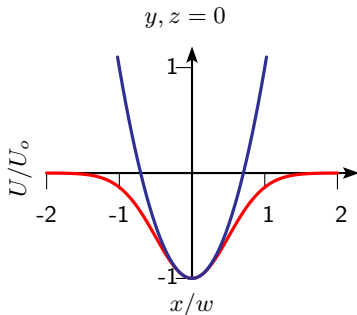
$$U(x, y, z) = -U_0 \frac{w_0^2}{w^2(z)} e^{-2(x^2+y^2)/w^2(z)}$$

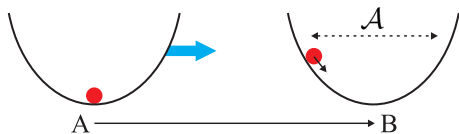
$$w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_R^2}\right), \quad z_R = \pi w_0^2 / \lambda$$

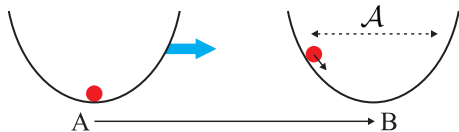
- wybór potencjału pułapkującego: **harmoniczny**
- praktyczna realizacja: dno potencjału dipolowego pęsety optycznej

$$U(x, y, z) = -U_0 \frac{w_0^2}{w^2(z)} e^{-2(x^2+y^2)/w^2(z)}$$

$$w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_R^2}\right), \quad z_R = \pi w_0^2 / \lambda$$



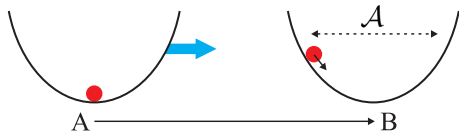




- siła: $F = -m\ddot{z}_c(t)$
- rozmiar pakietu: Δz
- kryterium adiabatywności: $\mathcal{A} \ll \Delta z$

$$\frac{\max_t(\ddot{z}_c(t))}{\omega_0^2} \ll \Delta z$$

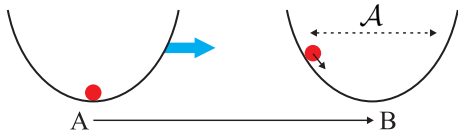
- synchronizacja transportu z okresem drgań atomów w pułapce



- siła: $F = -m\ddot{z}_c(t)$
- rozmiar pakietu: Δz
- kryterium adiabatyczności: $\mathcal{A} \ll \Delta z$

$$\frac{\max_t(\ddot{z}_c(t))}{\omega_0^2} \ll \Delta z$$

- synchronizacja transportu z okresem drgań atomów w pułapce

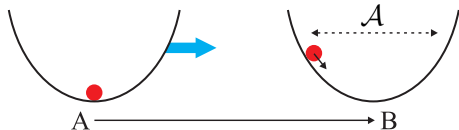


- siła: $F = -m\ddot{z}_c(t)$
- rozmiar pakietu: Δz
- kryterium adiabatywności: $\mathcal{A} \ll \Delta z$

$$\frac{\max_t(\ddot{z}_c(t))}{\omega_0^2} \ll \Delta z$$



- synchronizacja transportu z okresem drgań atomów w pułapce



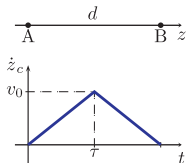
- siła: $F = -m\ddot{z}_c(t)$
- rozmiar pakietu: Δz
- kryterium adiabatywności: $\mathcal{A} \ll \Delta z$

$$\frac{\max_t(\ddot{z}_c(t))}{\omega_0^2} \ll \Delta z$$

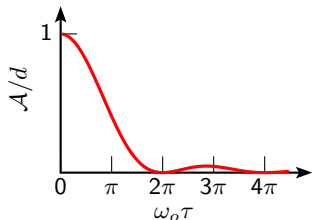


- działanie ręczne — operator
- działanie automatyczne — ze sprzężeniem
- działanie automatyczne — system otwarty

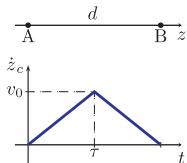
$$\mathcal{A}(T, \omega_0) = |\mathcal{F}[\dot{z}_c](\omega_0)|, \quad \mathcal{F}[f] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$



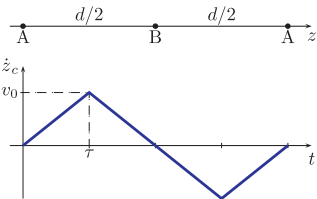
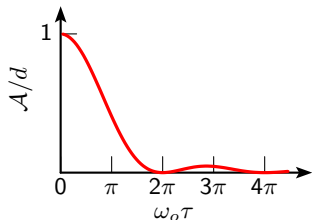
$$\begin{aligned} \mathcal{A}(2\tau, \omega_0) &= \\ &= d \cdot \text{sinc}^2(\omega_0\tau/2) \end{aligned}$$



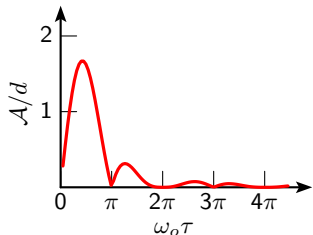
$$\mathcal{A}(T, \omega_0) = |\mathcal{F}[\dot{z}_c](\omega_0)|, \quad \mathcal{F}[f] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

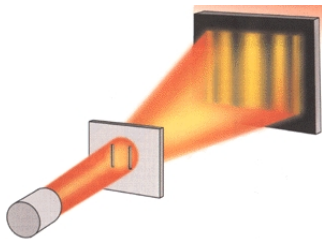


$$\begin{aligned} \mathcal{A}(2\tau, \omega_0) &= \\ &= d \cdot \text{sinc}^2(\omega_0\tau/2) \end{aligned}$$

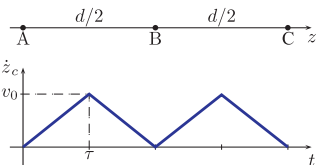


$$\begin{aligned} \mathcal{A}(4\tau, \omega_0) &= \\ &= 2d \cdot \text{sinc}^2(\omega_0\tau/2) |\sin(\omega_0\tau)| \end{aligned}$$

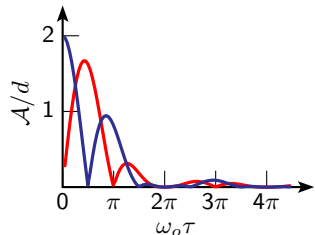




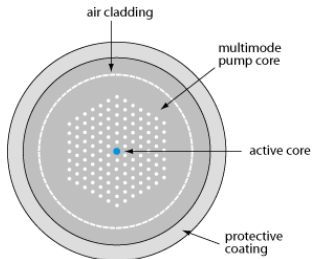
- eksperyment Young'a
- dyfrakcja
- interferencja

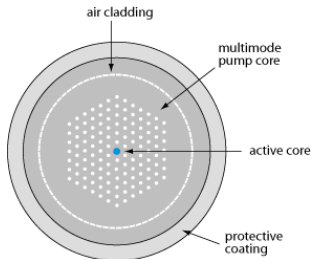


$$\mathcal{A}(4\tau, \omega_0) = 2d \cdot \text{sinc}^2(\omega_0\tau/2) |\cos(\omega_0\tau)|$$









- IPG LASER, YLR-300-LP
- $\lambda = 1072 \text{ nm}$
- $\text{FWHM} = 4 \text{ nm}$
- $P_{max} = 300 \text{ W}$

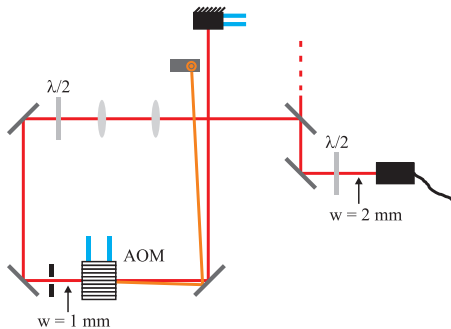
Problemy techniczne:

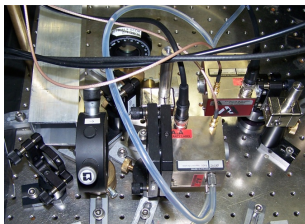
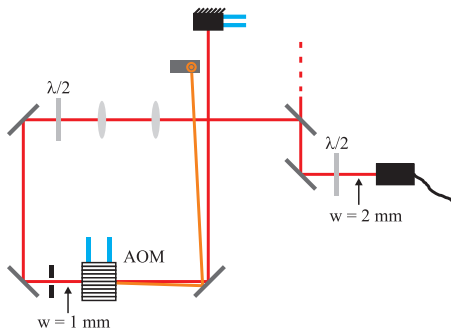
- bezpieczeństwo
- niestabilność mocy wyjściowej w zakresie Hz i kHz
- „halo” wokół wiązki → problemy ze stabilizacją natężenia
- niestabilność położenia wiązki
- uszkodzenia elementów optycznych (kurz!)

Problemy techniczne:

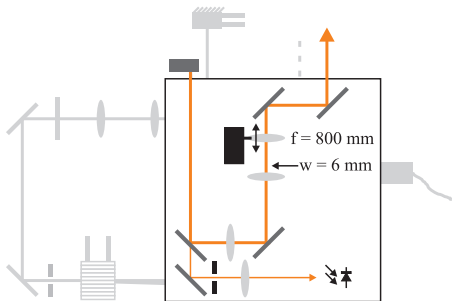
- bezpieczeństwo
- niestabilność mocy wyjściowej w zakresie Hz i kHz
- „halo” wokół wiązki → problemy ze stabilizacją natężenia
- niestabilność położenia wiązki
- uszkodzenia elementów optycznych (kurz!)



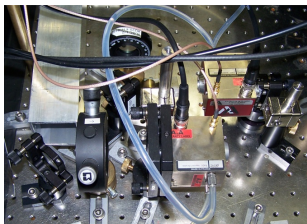




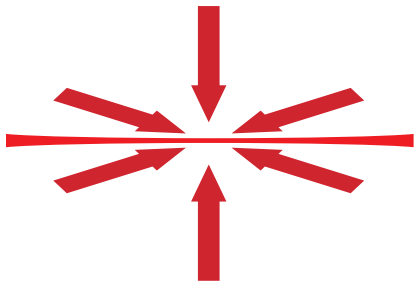
- $P_{RF} \approx 30 \text{ W}$
- $\eta_I = 86 \%$
- $P_I = 150 \text{ W}$
- $f_{AOM} = 40 \text{ MHz}$



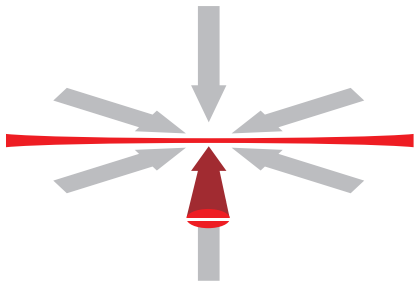
- Newport XMS100 — z silnikiem liniowym
- powtarzalność: < 500 nm



- $P_{RF} \approx 30$ W
- $\eta_I = 86$ %
- $P_I = 150$ W
- $f_{AOM} = 40$ MHz



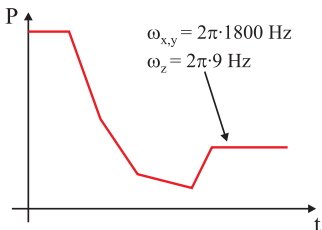
- 2D MOT dla ^{87}Rb
- spowalnicz zeemanowski
- szybkość ładowania: 2×10^{10} at/s



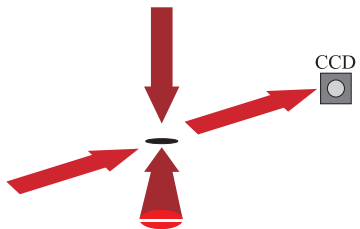
- lokalnie ciemny MOT
- czas ładowania: 0.5...2.0 s
- pompowanie optyczne do $F = 1$



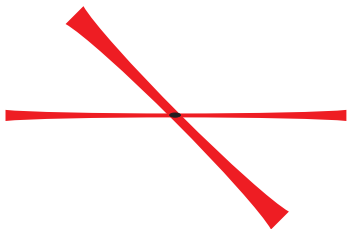
- pułapka dipolowa
- $w_0 = 50 \mu\text{m}$, $z_R = 7 \text{ mm}$
- po 50 ms: $N_{at} = 3 \times 10^7 \text{ at.}$,
 $\rho = 5 \times 10^{12} \text{ at/cm}^3$
- $U_{depth} = 3 \text{ mK}$ dla 80 W



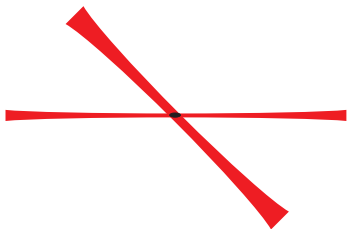
- $\eta \equiv U_{depth}/k_B T$
- $U_{depth} \propto P$, $T \propto P^{1/2}$
- $\eta \propto P^{1/2}$
- po kompresji: $P \approx 40 \text{ W}$
- schemat 1: $\eta = 13$
- schemat 2: $\eta = 50$



- standardowe obrazowanie absorpcyjne
- pomiary TOF (do 30 ms)

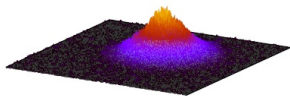


- BEC
- $t_{tot} = 5 \text{ s}$
- $t_{evap} = 3 \text{ s}$
- $w_{0II} = 200 \mu\text{m}$

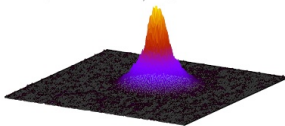


- BEC
- $t_{tot} = 5$ s
- $t_{evap} = 3$ s
- $w_{0II} = 200$ μm

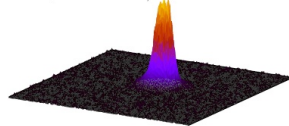
$T = 317$ nK
 $N_t = 4.2 \times 10^5$, $N_c = 0$



$T = 176$ nK
 $N_t = 2.6 \times 10^5$, $N_c = 0.4 \times 10^5$



$T = 80$ nK
 $N_t = 0.8 \times 10^5$, $N_c = 0.9 \times 10^5$



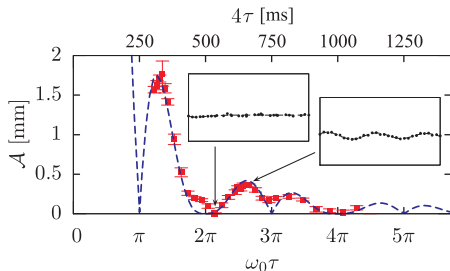
- $d = 4.5 \text{ cm}$
- $r_{cloud} \approx 1 \text{ mm}$
- $4\tau \approx 4T_0$
- $T_i = 30 \text{ } \mu\text{K} \rightarrow T_f = 20 \text{ } \mu\text{K}$
- $N_i = 2N_f = 6 \times 10^6 \text{ at.}$

- $d = 4.5 \text{ cm}$
- $r_{cloud} \approx 1 \text{ mm}$
- $4\tau \approx 4T_0$
- $T_i = 30 \text{ } \mu\text{K} \rightarrow T_f = 20 \text{ } \mu\text{K}$
- $N_i = 2N_f = 6 \times 10^6 \text{ at.}$

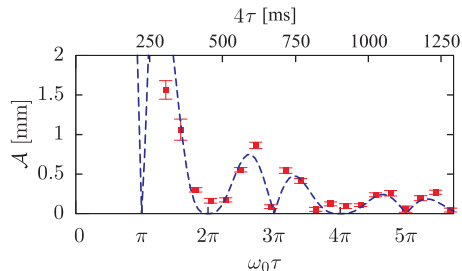
- schemat 2
- $4\tau = 600 \text{ ms}$

- $T \approx 90 \text{ } \mu\text{K}$
- $\mathcal{A} \approx 1 \text{ mm}$

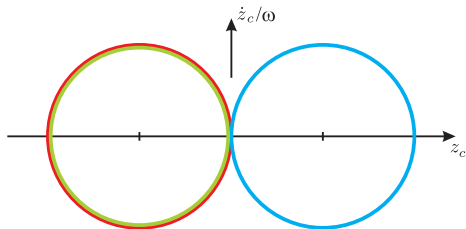
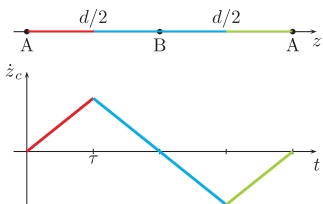
- demonstracja mechaniczna — wahadło i kamera umieszczone na stoliku przesuwным
- profil prędkości typu Λ -V



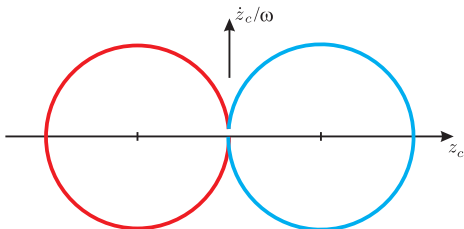
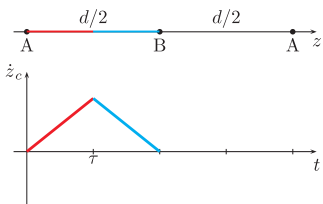
- schemat 1
- rozmiar chmury: $\Delta z = 2.4$ mm
- przed kompresją: $T_0 = 27$ μ K
- po kompresji: $T_i = 160$ μ K
- grzanie chmury: $T_f = 1.1T_i$ ($\omega_0\tau \geq 2\pi$)
- $N_{at} = 2 \times 10^6$ at.
- efektywność: 90%



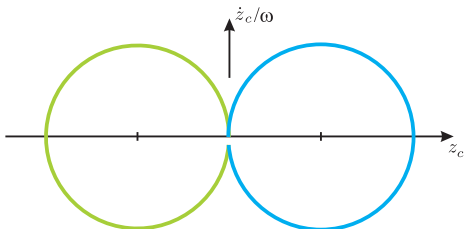
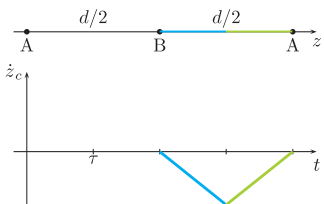
- schemat 2
- rozmiar chmury: $\Delta z = 1.2$ mm
- przed kompresją: $T_0 = 3.7$ μ K
- po kompresji: $T_i = 43$ μ K
- grzanie chmury: $T_f = 1.75T_i$ ($\omega_0\tau \geq 2\pi$)
- $N_{at} = 6 \times 10^6$ at.
- efektywność: 90%



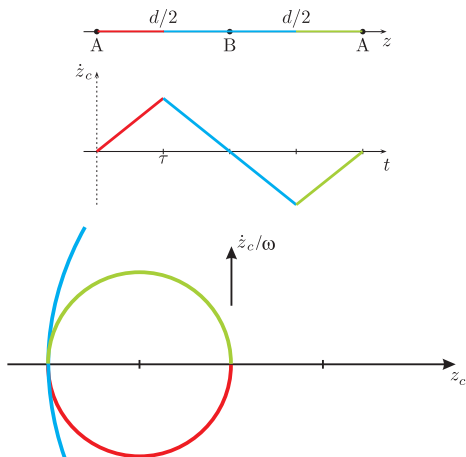
- minima „dyfrakcyjne”
- $\omega_0\tau = 2p\pi, p \in \mathbb{N}$
- $\tau = pT_0$



- minima „dyfrakcyjne”
- $\tau \lesssim T_0$
- $\tau \gtrsim T_0$

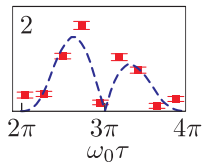
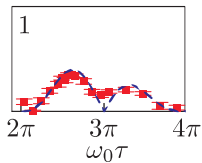


- minima „dyfrakcyjne”
- $\tau \lesssim T_0$
- $\tau \gtrsim T_0$

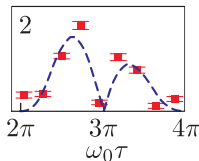
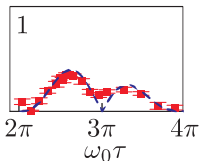


- minima „interferencyjne”
- $\omega_0\tau = (2p + 1)\pi, p \in \mathbb{N}$
- $\tau = (2p + 1)/2T_0$

- schemat 1: $\mathcal{A} \neq 0$ dla $\omega_0\tau = 3\pi$
- schemat 2: $\mathcal{A} = 0$ dla $\omega_0\tau = 3\pi$



- schemat 1: $\mathcal{A} \neq 0$ dla $\omega_0\tau = 3\pi$
- schemat 2: $\mathcal{A} = 0$ dla $\omega_0\tau = 3\pi$

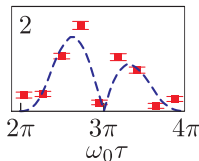
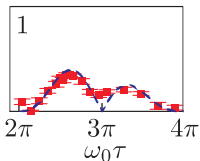


- dla tłumienia $-2m\gamma\dot{z}$ otrzymujemy ($\gamma\tau \ll 1$):

$$\text{minima „dyfrakcyjne”}: \min(\mathcal{A}) \simeq \mathcal{A}_0\gamma^3\tau^3/2$$

$$\text{minima „interferencyjne”}: \min(\mathcal{A}) \simeq 2\sqrt{2}\mathcal{A}_0\gamma\tau$$

- schemat 1: $\mathcal{A} \neq 0$ dla $\omega_0\tau = 3\pi$
- schemat 2: $\mathcal{A} = 0$ dla $\omega_0\tau = 3\pi$



- dla tłumienia $-2m\gamma\dot{z}$ otrzymujemy ($\gamma\tau \ll 1$):

$$\text{minima „dyfrakcyjne”}: \min(\mathcal{A}) \simeq \mathcal{A}_0\gamma^3\tau^3/2$$

$$\text{minima „interferencyjne”}: \min(\mathcal{A}) \simeq 2\sqrt{2}\mathcal{A}_0\gamma\tau$$

- podobne wnioski: dla profilu prędkości typu Λ - Λ
- $\mathcal{A} = 0$ może zostać przywrócone nawet w obecności tłumienia, poprzez korekcję profilu prędkości
- można wyliczyć bardziej skomplikowane profile prędkości, prowadzące do bardzo płaskich minimów