Uniwersytet Jagielloński Wydział Fizyki Astronomii i Informatyki Stosowanej Zakład Optyki Atomowej

Praca magisterska

Oddziaływanie zimnych atomów z powierzchnią dielektryczną w dipolowym lustrze optycznym

Tomasz Grzegorz Urbańczyk

Promotor: dr hab. Leszek Józefowski

Kraków, 2009

...

Spis treści

Spis treści i								
1	Wstęp							
2	Zagadnienia teoretyczne							
	2.1	Fala zanikająca		5				
		2.1.1	Nietrywialne konsekwencje prawa Snella	5				
		2.1.2	Matematyczny opis fali zanikającej	5				
		2.1.3	Przesunięcie Goosa-Hänchen	9				
	2.2	Oddzi	aływanie światła z atomami	11				
		2.2.1	Wprowadzenie - światło jako nośnik pędu	11				
		2.2.2	Rodzaje sił optycznych	12				
		2.2.3	Siła spontaniczna - dalsze własności	13				
		2.2.4	Melasa optyczna	14				
2.3 Pułapkowanie atomów neutralnych		Pułap	okowanie atomów neutralnych	17				
		2.3.1	Jednowymiarowa pułapka magneto optyczna (MOT) $\ . \ . \ .$	17				
		2.3.2	Trójwymiarowa pułapka magnetooptyczna	19				
		2.3.3	Granice chłodzenia dopplerowskiego	20				
	2.4 Chłodzenie subdopplerowskie							
		2.4.1	Konfiguracja lin \perp lin \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	23				
		2.4.2	Chłodzenie Syzyfa na przykładzie konfiguracji lin \perp lin $~$.	23				
		2.4.3	Konfiguracja $\sigma_+\sigma$	24				
		2.4.4	Granice chłodzenia subdopplerowskiego	26				
2.5 Oddziaływanie van der Waalsa		ziaływanie van der Waalsa	26					
		2.5.1	Wprowadzenie	26				
		2.5.2	Oddziaływanie atomu z powierzchnią dielektryka $\ .\ .\ .$	27				
		2.5.3	Wybrane metody pomiaru oddziaływania van der Waalsa .	28				
3	Opis układu doświadczalnego 3							
	3.1	Podst	awowe właściwości rubidu	31				

	3.2 Ogólny schemat układu doświadczalnego			33	
	3.3	Opis n	ajważniejszych elementów układu	33	
		3.3.1	Lasery użyte w doświadczeniu	33	
		3.3.2	Izolatory optyczne	37	
		3.3.3	Układy spektroskopii nasyceniowej	38	
		3.3.4	Modulatory akustooptyczne (AOM)	39	
		3.3.5	Cewki kompensujące zewnętrzne pole magnetyczne	42	
		3.3.6	Komora próżniowa i układ pomp	42	
		3.3.7	Dyspenzery rubidu	43	
		3.3.8	Cewki gradientowe	43	
		3.3.9	Pryzmat	44	
		3.3.10	Stosowane w doświadczeniu metody obrazowania $\ .\ .\ .$	45	
	3.4	Sterow	vanie eksperymentem	46	
4	Wy	niki		49	
	4.1	Potenc	zjał działający na atomy przy powierzchni pryzmatu	49	
		4.1.1	Pomiar promieni gaussowskich wiązki lasera	49	
		4.1.2	Natężenie fali zanikającej przy powierzchni pryzmatu $\ \ . \ .$	52	
		4.1.3	Potencjał dipolowy działający na atomy rubidu	54	
	4.2	Туроч	va temperatura ch mury atomów po wypuszczeniu z melasy $% \left({{{\bf{x}}_{{\rm{s}}}}} \right)$.	55	
	4.3	Powier	zchnia lustra dipolowego	56	
		4.3.1	Energia kinetyczna atomów $^{85}\mathrm{Rb}$ przy powierzchni pryzmatu	ı 56	
		4.3.2	Efektywna powierzchnia lustra dipolowego	56	
	4.4	Wyraż	enie na liczbę odbitych atomów	57	
	4.5 Obliczanie liczby odbitych atomów w obrazowaniu fluorescencyju			58	
		4.5.1	Metoda dopasowania dwuwymiarowej funkcji Gaussa	58	
		4.5.2	Niedoskonałości metody dopasowania Gaussianu $\ \ldots\ \ldots$.	59	
		4.5.3	Metoda sumacyjna	61	
		4.5.4	Uśrednianie wyników w metodzie sumacyjnej $\ .\ .\ .\ .$	62	
		4.5.5	Niedoskonałości metody sumacyjnej	62	
		4.5.6	Porównanie obu omawianych metod	63	
	4.6	Pomia	r kąta padania wiązki oraz początkowego położenia chmury .	66	
	4.7	Prezen	utacja wyników	67	
	4.8	Wnios	ki	69	
5	Podsumowanie				
A Program liczący potencjał działający na atomy rubidu.					
B Program liczący powierzchnię lustra dipolowego.				81	
\mathbf{C}	Program w języku adbasic sterujący eksperymentem.			87	

SPIS TREŚCI	i
Spis rysunków	95
Spis tabel	97
Bibliografia	99

Podziękowania

Serdecznie dziękuję mojemu promotorowi, doktorowi habilitowanemu Leszkowi Józefowskiemu za wprowadzenie mnie w problematykę związaną z dipolowym lustrem dla zimnych atomów oraz uwagi dotyczące tejże pracy.

Bardzo dziękuję magistrowi Jackowi Fiutowskiemu oraz magister Dobrosławie Bartoszek za nieocenioną pomoc przy wykonywaniu doświadczenia. Dziękuję także profesorowi doktorowi habilitowanemu Tomaszowi Dohnalikowi za okazane zainteresowanie.

Najserdeczniej dziękuję jednak doktorowi Tomaszowi Kawalcowi, bez którego pomocy praca ta nigdyby nie powstała, za cenne uwagi merytoryczne oraz porady dotyczące bieżącej pracy eksperymentalnej.

Rozdział 1

Wstęp

Opracowane w latach 80 XX stulecia techniki chłodzenia atomów do temperatury rzędu pojedynczych mikrokelwinów otworzyły drogę do całej gamy doświadczeń związanych z wieloma gałęziami fizyki. W Grupie Spektroskopii Fali Zanikającej Zakładu Optyki Atomowej na Uniwersytecie Jagiellońskim prowadzone są badania oddziaływania zimnych atomów rubidu z tzw. dipolowym lustrem optycznym. Sercem układu dipolowego lustra optycznego jest szklany pryzmat nad którym, w wyniku całkowitego wewnętrznego odbicia wiązki lasera, powstaje elektromagnetyczna fala zanikająca. Na atomy znajdujące się polu elektrycznym fali zanikającej działa silna, reaktywna siła dipolowa, związana z gradientem natężenia tegoż pola, która efektywnie "wypycha" atomy z pola fali zanikającej. Jako że niezaniedbywalny zasięg działania siły dipolowej jest bardzo mały (rzędu mikrometra) podczas odbicia zimne atomy rubidu znajdują się bardzo blisko powierzchni pryzmatu. Owa bliskość powierzchni pryzmatu daje unikalną możliwość badania oddziaływania atomów z powierzchnią dielektryka, przy czym wspomniane oddziaływanie w swej dominującej części jest związane z oddziaływaniem van der Waalsa (oddziaływanie elektrycznego momentu dipolowego atomu ze swoim obrazem po drugiej stronie powierzchni dielektryka). Teoretyczny model opisujący wspomniane oddziaływanie (tzw. model Lennarda-Jonesa) przewiduje potencjał oddziaływania postaci $1/z^3$. Celem niniejszej pracy jest zbadanie oddziaływania chmury zimnych atomów z wypadkowym potencjałem lustra dipolowego. W swym założeniu, eksperyment ma potwierdzić słuszność jakościowych, a także ilościowych przewidywań modelu Lennarda-Jonesa. Jest to o tyle ważne, iż znajomość potencjału związanego z oddziaływaniem vdW jest niezbędna, do przeprowadzenia analiz potencjału dipolowego dla dużych natężeń fali zanikającej, z uwagi na występującą w takim przypadku znaczną komplikację obliczeń teoretycznej postaci tegoż potencjału. Użyty w doświadczeniu układ eksperymentalny daje unikalną¹ możliwość zmiany wypadkowego potencjału poprzez zmianę natężenia fali zanikającej². Dzięki temu możliwa jest kontrola minimalnej odległości na jaką chmura atomów zbliża się do powierzchni pryzmatu, co pozwala na uzyskiwanie wypadkowych potencjałów ze zróżnicowaną "intensywnością" wkładu od potencjału vdW³. Z czysto praktycznego punktu widzenia w doświadczeniu obserwowano wpływ natężenia fali zanikającej na ilość odbitych od lustra atomów i na podstawie uzyskanych wyników wysnuto wnioski dotyczące tzw. efektywnej powierzchni lustra dipolowego zależnej wypadkowego potencjału w jakim poruszały się atomy chmury.

¹W innych eksperymentach tego typu np. [1], kontrola wypadkowego potencjału odbywa się poprzez zmianę odstrojenia.

 $^{^2 {\}rm W}$ eksperymencie, przy użyciu półfalówki i polaryzatora, zmieniana jest moc wiązki (lasera) wytwarzającej falę zanikającą.

³Należy przypomnieć, iż potencjał vdW zależy od odległości jak $1/z^3$.

Rozdział 2

Zagadnienia teoretyczne

2.1 Fala zanikająca [2]

2.1.1 Nietrywialne konsekwencje prawa Snella

Z klasycznego punktu widzenia rozchodzenie się światła padającego na granicę dwóch ośrodków (rysunek 2.1) opisane jest prawem Snella:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_1}{n_2} \tag{2.1}$$

gdzie α -kąt padania, β -kąt załamania , n_1 -współczynnik załamania światła w ośrodku 1, n_2 - współczynnik załamania światła w ośrodku 2. Zatem:

$$\beta = \arcsin\left(\sin(\alpha)n_{21}\right) \tag{2.2}$$

gdzie $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$. Z powyższego równania jasno wynika, że dla $n_2 > n_1$ dla kątów padania większych od pewnego kąta granicznego zdefiniowanego jako:

$$\alpha_{gran} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right),\tag{2.3}$$

argument funkcji arcus sinus przyjmuje wartości większe od jedności. Zachodzi wówczas tzw. całkowite wewnętrzne odbicie.

2.1.2 Matematyczny opis fali zanikającej

Zachowanie fal elektromagnetycznych (padającej, odbitej i załamanej) na granicy dwóch ośrodków dielektrycznych opisywane jest przez tzw. równania Fresnela (szczegóły można znaleźć np w [3]). Warto tu nadmienić, iż równania Fresnela są konsekwencją równań Maxwella oraz spełnienia warunków ciągłości odpowiednich



Rysunek 2.1: Zachowanie światła podczas padania na granicę dwóch ośrodków dielektrycznych $n_1 < n_2$

składowych wektorów pól elektrycznego i magnetycznego:

$$r_{TM} = \frac{E_{TM}^r}{E_{TM}^i} = \frac{\cos \alpha - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}},$$
(2.4)

$$t_{TM} = \frac{E_{TM}^t}{E_{TM}^i} = \frac{2n_{21}\cos\alpha}{\cos\alpha + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2\alpha}},$$
(2.5)

$$r_{TE} = \frac{E_{TE}^r}{E_{TE}^i} = \frac{\cos \alpha - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}},$$
(2.6)

$$t_{TE} = \frac{E_{TE}^t}{E_{TE}^i} = \frac{2\cos\alpha}{\cos\alpha + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2\alpha}}.$$
 (2.7)

Na podstawie powyższych równań można dowieść, iż dla kąta padania większego od kąta granicznego $\alpha > \alpha_{gran}$ amplituda pola elektrycznego fali odbitej spełnia następujące zależności:

$$E_r^{TE} = E_i^{TE} \exp\left(i\delta_{TE}\right),\tag{2.8}$$

$$E_r^{TM} = E_i^{TM} \exp\left(i\delta_{TM}\right),$$

przy czym

$$\delta_{TE} = 2 \arctan \operatorname{tg} \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n_{21}^2}}{\cos \alpha}, \qquad (2.9)$$
$$\delta_{TM} = 2 \arctan \operatorname{tg} \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - n_{21}^2}}{n_{21}^2 \cos \alpha}.$$

Oznacza to, że dla całkowitego wewnętrznego odbicia, amplituda fali odbitej jest równa amplitudzie fali padającej (brak strat energii) a dodatkowo pojawia się przesunięcie fazowe odpowiednio δ_{TE} i δ_{TM} . Jednakże nawet dla całkowitego wewnętrznego odbicia w ośrodku optycznie rzadszym istnieje niezerowe pole elektryczne. Aby to wykazać należy rozważyć monochromatyczną falę płaską padającą na granicę ośrodków o postaci:

$$\overrightarrow{E_i} = \hat{p}E_{i0}\exp{i(\overrightarrow{k}\ \overrightarrow{r} - \omega t)},\tag{2.10}$$

gdzie E_{i0} - amplituda pola elektrycznego, \hat{p} - wersor polaryzacji (TM lub TE), \vec{k} -wektor falowy, ω - częstotliwość fali. Z rozkładu wektora falowego k_t na składowe k_{tx} i k_{ty} wynika że:

$$k_t^2 = k_{tx}^2 + k_{ty}^2. (2.11)$$

Z zasady zachowania pędu w kierunku osi x wynika, że:

$$k_{tx} = k_i \sin \alpha = \frac{\omega n_1}{c} \sin \alpha. \tag{2.12}$$

Z powyższych dwóch równań można wyliczyć k_{tz} :

$$k_{tz} = i \frac{\omega n_1}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \alpha - n_2^2}.$$
 (2.13)

Wstawiając powyższe wyniki do równania fali płaskiej:

$$\overrightarrow{E_t} = \overrightarrow{E_{t0}} \exp(i(\overrightarrow{k} \, \overrightarrow{r} - \omega t)) \tag{2.14}$$

otrzymuje się wzór na postać fali zanikającej

$$\overrightarrow{E_t} = \overrightarrow{E_{0t}} \exp(ik_{tx}x) \exp(ik_{tz}z) \exp(-i\omega t), \qquad (2.15)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \exp\left(ix\frac{\omega n_1}{c}\sin\alpha\right) \exp\left(-z\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{n_1^2\sin^2\alpha - n_2^2}\right)\right) \exp(-i\omega t). \quad (2.16)$$

Równanie 2.16 ma następującą interpretację: przy zjawisku całkowitego wewnętrznego odbicia, w ośrodku optycznie rzadszym istnieje fala elektromagnetyczna propagująca równolegle do granicy ośrodków dielektrycznych, która zanika wykładniczo wraz z oddalaniem się od tejże granicy. Aby uprościć wzór 2.16 definiuje się tzw. głębokość wnikania fali zanikającej:

$$d(\alpha) = |k_{tz}|^{-1} = \frac{c}{\omega \sqrt{n_1^2 \sin^2 \alpha - n_2^2}} = \frac{\lambda}{2\pi \sqrt{n_1^2 \sin^2 \alpha - n_2^2}}$$
(2.17)

Stosując powyższe podstawienie można obliczyć rozkład natężenia fali zanikającej w ośrodku optycznie rzadszym:

$$I = \frac{1}{2} n_{21} \varepsilon_0 c |\overrightarrow{E_t}^2| = I_{t0} \exp\left(-\frac{2z}{d(\alpha)}\right).$$
(2.18)

Amplitudę natężenia światła fali zanikającej można wyliczyć z równań Fresnela



Rysunek 2.2: Głębokość wnikania fali zanikającej w funkcji kąta padania.

(2.5-2.8) oraz własności wektorów polaryzacji:

$$\frac{I_{t0}^{TE}}{I_{i0}^{TE}} = T_{TE} = \frac{n_2 |\overline{E_t^{TE}}|^2}{n_1 |\overline{E_i^TE}|^2} = n_{21} \hat{p}_{TE} \hat{p}_{TE}^* t_{TE} t_{TE}^*, \qquad (2.19)$$

$$\frac{I_{t0}^{TM}}{I_{i0}^{TM}} = T_{TM} = \frac{n_2 |\overline{E_t^{TM}}|^2}{n_1 |\overline{E_i^TM}|^2} = n_{21} \hat{p}_{TM} \hat{p}_{TM}^* t_{TM} t_{TM}^*.$$
(2.20)

Dla polaryzacji TE (w literaturze zwanej także polaryzacją s
) $\hat{p}_{TE} = (0, 1, 0)$ co prowadzi, po przyjęciu założeni
a $n_2 = 1 \Longrightarrow n_{21} = \frac{1}{n}$ do wzoru:

$$T_{TE} = \frac{4n\cos^2\alpha}{n^2 - 1}.$$
 (2.21)

Dla polaryzacji TM (zwanej także polaryzacją p), przy przyjęciu podobnych uproszczeń jak dla polaryzacji TE zachodzi równość:

$$\hat{p}_{TM}\hat{p}_{TM}^* = \frac{1}{n^2} \left(2\sin^2 \alpha - n^2 \right), \qquad (2.22)$$

co ostatecznie prowadzi do:



Rysunek 2.3: Zależność współczynnika transmisji fali zanikającej od kąta padania

2.1.3 Przesunięcie Goosa-Hänchen

Całe powyższe rozumowanie opierało się na założeniu, iż na granicę ośrodków dielektrycznych pada monochromatyczna fala płaska. W rzeczywistości fala padająca nie jest falą płaską lecz falą ograniczoną przestrzennie. Każdą ograniczoną przestrzennie wiązkę światła można traktować jako superpozycję fal płaskich propagujących w różnych kierunkach. Dla uproszczenia rozumowania można założyć, że wiązka jest efektem superpozycji dwóch fal płaskich o wektorach falowych $(k_c + \Delta k_c)$ oraz $(k_c - \Delta k_c)$. Załóżmy iż granica dielektryków jest równoległa do osi x i rozważmy jedynie składowe wektorów falowych które są równoległe do tejże osi ¹. Zatem (pomijając, nieistotną tu zależność od czasu) fala padająca będzie spełniać zależność:

$$E(x) \sim \exp\left(-i(k + \Delta k)x\right) + \exp\left(-i(k - \Delta k)x\right) =$$

$$= \left[\exp\left(i\Delta kx\right) + \exp\left(-i\Delta kx\right)\right]\exp\left(-ikx\right) =$$

$$= 2\cos\left(\Delta kx\right)\exp\left(-ikx\right).$$
(2.24)

¹Dla uproszczenia oznaczmy $(k_x + \Delta k_x)$ poprzez $(k + \Delta k)$

Fala odbita, zgodnie z równaniem 2.8 doznaje przesunięcia fazowego δ zależnego od kąta padania (czyli de facto kierunku wektora k) oraz od polaryzacji. Przyjmując, że Δk jest małe w porówaniu z k, można wyrażenie na $\delta(k + \Delta k)$ rozwinąć w szereg Taylora poprzestając na wyrazie liniowym względem Δk :

$$\delta(k + \Delta k) = \delta(k) + \frac{d\delta}{dk}\Delta k.$$
(2.25)

Zatem fala odbita będzie mieć postać:

$$E_r(x) \sim 2\cos[\Delta k(x - \frac{d\delta}{dk})]e^{-i(kx-\delta)}.$$
(2.26)

Z powyższego równania wynika, że $x_s = \frac{d\delta}{dk}$, które ma wymiar długości, jest przesunięciem przestrzennym wiązki. Przesunięcie to jest rzędu długości fali świetlnej więc jego obserwacja jest znacznie utrudniona. Po dokonaniu niezbędnych wyliczeń otrzymano następujące wielkości:

$$x_s^{TM} = \frac{2}{k_i} \frac{\lg \alpha}{\sqrt{\sin^2 \alpha - n_{21}^2}},$$
 (2.27)

$$x_s^{TE} = \frac{2}{k_i} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{n_{21}^2 \sqrt{\sin^2 \alpha - n_{21}^2}}.$$
 (2.28)

Więcej informacji na temat fali zanikającej można znaleźć np w [4].



Rysunek 2.4: Przesunięcie Goosa-Hänchen w funkcji kąta padania.

2.2 Oddziaływanie światła z atomami

2.2.1 Wprowadzenie - światło jako nośnik pędu

Już od czasów Maxwella wiadomo, że strumień światła oprócz energii przenosi także pęd. Zgodnie z teorią korpuskularną, falę świetlną można traktować jak strumień bezmasowych cząstek - fotonów. Postuluje się, że pęd pojedynczego fotonu jest związany z jego wektorem falowym poprzez relację:

$$\overrightarrow{p} = \hbar \overrightarrow{k}. \tag{2.29}$$

Zatem absorpcja fotonu przez $atom^2$ wiąże się z pochłonięciem energii fotonu (skutkuje to przejściem atomu do stanu wzbudzonego) oraz zmianą pędu atomu o wartość $+\hbar k$, przy czym kierunek ruchu pochłoniętego fotonu i kierunek odrzutu atomu pokrywają się. Deekscytacja wzbudzonego atomu może nastąpić w dwojaki sposób: na skutek emisji spontanicznej lub emisji wymuszonej (jest to zależne od czasu życia poziomu wzbudzonego oraz natężenia wiazki światła padającej na atom). Niezależnie od sposobu deekscytacji, na skutek tego procesu, pęd atomu zmienia się o $-\hbar \vec{k_1}$ przy czym $\vec{k_1}$ jest wektorem falowym fotonu emitowanego podczas deekscytacji. Z punktu widzenia spowalniania (czy też ogólniej zmiany prędkości atomów) istotny jest fakt, iż w trakcie emisji spontanicznej foton emitowany jest w dowolnym kierunku (emisja spontaniczna jest procesem izotropowym). Na skutek wspomnianej izotropowości, po uśrednieniu po wielu procesach emisji spontanicznej, wypadkowa zmiana pędu (na skutek tegoż procesu) atomu wynosi zero. Jeśli atom jest oświetlony skolimowana wiązka światła (czyli strumieniem fotonów poruszających się w jednym kierunku) zachodzi szereg następujących po sobie procesów absorpcji fotonu z wiązki i emisji spontanicznej fotonu przez atom. Na skutek wielu (dla ustalenia uwagi przyjmijmy N) procesów absorpcji pęd atomu zmienia się o wartość:

$$\delta \overrightarrow{p} = \hbar N \, \overrightarrow{k}, \qquad (2.30)$$

zaś na skutek N procesów emisji spontanicznej pęd atomu nie zmienia się prawie wcale. Jeśli natężenie wiązki jest odpowiednio duże, znaczącą rolę w procesie deekscytacji atomu zaczyna grać proces emisji wymuszonej. Jako że w trakcie emisji wymuszonej kierunek wyemitowanego przez atom fotonu pokrywa się z kierunkiem wymuszającego fotonu należącego do wiązki świetlnej, całkowita zmiana pędu atomu podczas następujących po sobie procesach absorpcji i emisji wymuszonej wynosi zero.

²Dla uproszczenia w poniższym rozumowaniu zakłada się, iż atom jest dwupoziomowy oraz że początkowo - to jest przed oddziaływaniem z fotonem- znajdował się w stanie podstawowym.



Rysunek 2.5: Przekaz pędu podczas oddziaływania atomu z fotonami.

2.2.2 Rodzaje sił optycznych [5] [6]

Traktując atom jako obiekt obdarzony indukowanym momentem dipolowym (który jest opisany przez kwantowomechaniczny operator momentu dipolowego \hat{d}) można napisać wzór na średnią siłę wywieraną na atom przez pole elektryczne fali świetlnej: $\vec{E}(\vec{R}, t)$:

$$\langle \vec{F}_{rad} \rangle = \sum_{j=x,y,z} \langle \hat{d}_j \rangle \vec{\nabla} E_j(\vec{R},t).$$
(2.31)

Korzystając ze wzoru na wartość oczekiwaną operatora $\langle \hat{a} \rangle = Tr(\hat{\sigma}\hat{a})$ (gdzie $\hat{\sigma}$ - macierz gęstości), zakładając że atom oddziałuje z klasyczną (tzn. nieskwantowaną) falą elektromagnetyczną opisaną równaniem:

$$\vec{E} = \hat{e}E_0(R)\cos(\omega t - kz) \tag{2.32}$$

(gdzie \hat{e} -wersor polaryzacji, ω -częstotliwość fali) oraz uwzględniając znikanie diagonalnych elementów macierzowych operatora momentu dipolowego można wykazać, że (np. [5] lub [6]):

$$\langle \overrightarrow{F}_{rad} \rangle = -(\overrightarrow{d}_{12} \cdot \hat{e}) E_0(R) Re(\sigma_{12}) \overrightarrow{k} + (\overrightarrow{d}_{12} \cdot \hat{e}) E_0(R) Im(\sigma_{12}) \overrightarrow{\nabla} E_0.$$
(2.33)

Pierwszy z członów powyższego wzoru (proporcjonalny do wektora falowego) opisuje tzw. siłę spontaniczną natomiast drugi (proporcjonalny do gradientu amplitudy) siłę dipolową. Z postaci powyższego wzoru jasno wynika, iż siła spontaniczna (zwana w literaturze siłą dysypatywną) jest skierowana przeciwnie do kierunku propagacji fali świetlnej dlatego też może ona służyć do spowalniania atomów. Z kolei siła dipolowa (która zwana jest też reaktywną a wiąże się z dużymi gradientami amplitudy pola elektrycznego) odgrywa znaczną rolę w procesie oddziaływania atomów z falą zanikającą. Dla ścisłości należy jeszcze zauważyć, iż istnieją jeszcze siły optyczne trzeciego rodzaju, które są proporcjonalne do gradientu polaryzacji (we wzorze 1.30 polaryzacja fali była stała w czasie i przestrzeni, dlatego ten rodzaj sił optycznych nie pojawił się we wzorze 1.31). Tego rodzaju siły także mogą zostać wykorzystane do chłodzenia atomów (tzw. chłodzenie subdopplerowskie). Zagadnienie to zostanie dokładniej omówione w jednym z następnych paragrafów. Korzystając z wyrażenia na częstość Rabbiego:

$$\Omega_1 = -\frac{(\vec{d}_{12} \cdot \hat{e})E_0}{\hbar} \tag{2.34}$$

oraz wyliczając element macierzowy σ_{12} równanie 2.33 przekształca się do postaci (szczegóły wyprowadzenia np w rozdziale V "Optical Bloch Equations" w pozycji [5]):

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F}_{spont} + \overrightarrow{F}_{dip} = \hbar \overrightarrow{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{\frac{\Omega_1^2}{2}}{(\omega_L - \omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_1^2}{2}} + \frac{\hbar (\omega_L - \omega_0)}{4} \frac{\nabla \Omega_1^2}{(\omega_L - \omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_1^2}{2}}$$
(2.35)

gdzie Γ -szerokość naturalna przejścia atomowego.

2.2.3 Siła spontaniczna - dalsze własności

Zgodnie z podstawowymi prawami dynamiki siła to zmiana pędu w czasie:

$$\overrightarrow{F} = \frac{d\,\overrightarrow{p}}{dt}.\tag{2.36}$$

Zgodnie z równaniem 2.30 średnia siła (jest to opisana powyżej siła spontaniczna) wywierana na atomy przez falę świetlną o wektorze falowym \overrightarrow{k} wyraża się wzorem:

$$\langle \vec{F}_{spont} \rangle = \langle \frac{dN}{dt} \rangle \hbar \vec{k}. \qquad (2.37)$$

Liczba zaabsorbowanych fotonów w jednostce czasu $\left(\frac{dN}{dt}\right)$ w oczywisty sposób musi być proporcjonalna do prawdopodobieństwa absorpcji fotonu. Po wykonaniu odpowiednich obliczeń (np. [7]) uzyskuje się następujący wzór opisujący siłę spontaniczną działającą na atom charakteryzowany częstością przejścia ω_0 oświetlony falą monochromatyczną o częstości ω_L^3 :

$$\langle \vec{F}_{spont} \rangle = \hbar \vec{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I_{cal}/I_s + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2}, \qquad (2.38)$$

gdzie Γ - szerokość naturalna przejścia, $\delta = (\omega_L - \omega_0 - \vec{k} \vec{V}_{atomu})$ - odstrojenie od rezonansu, I_{s} - natężenie saturacyjne, I-natężenie wiązki z której foton jest absorbowany, I_{cal} -całkowite natężenie wiązek padających na atom (dla jednowy-miarowej melasy optycznej $I_{cal} = 2I$).

2.2.4 Melasa optyczna [6]

Rozważmy atom o częstości przejścia ω_0 , mogący poruszać się z prędkością \vec{V} tylko w jednym wymiarze (w kierunku z), na który z dwóch stron (także w kierunku z) pada monochromatyczna fala płaska o wektorze falowym \vec{k} i częstotliwości ω_L^4 . Jeśli częstość fali jest równa częstości rezonansowej to wypadkowa siła działająca na atom wyniesie zero. Jednak jeśli częstotliwość fali jest odstrojo-



Rysunek 2.6: Siła wypadkowa działająca na atom na który padają dwie przeciwbieżne wiązki w przypadku braku odstrojenia od rezonansu

na od częstotliwości przejścia atomowego działające na atom siły nie równoważą się (poza przypadkiem, w którym prędkość atomu jest równa zeru). Co więcej,

³Należy podkreślić, iż na skutek efektu Dopplera związanego z ruchem atomu częstotliwość wiązki "widziana" przez atom jest przesunięta w stosunku do rzeczywistej częstotliwości wiązki o czynnik $\vec{k} \vec{V}_{atomu}$

 $^{^{4}}$ Eksperymentalnie sytuację tę można zrealizować odbijając wiązkę światła od lustra którego normalna jest równoległa do wiązki.



Rysunek 2.7: Siła wypadkowa działająca na atom na który padają dwie, odstrojone od rezonansu, przeciwbieżne wiązki

istnieje zakres prędkości wokół V=0 dla którego siła jest proporcjonalna do prędkości i skierowana przeciwnie⁵ do niej (podobnie jak dla siły lepkość, stąd tego typu układ nosi nazwę melasy optycznej). Aby wykazać prawdziwość powyższego stwierdzenia należy przeprowadzić następujące rozumowanie. Mnożąc licznik i mianownik wzoru 2.38 przez $\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2$ oraz wykonując podstawienia $\Delta = \omega_L - \omega_0$, $s_0 = \frac{I}{L_0}$ otrzymuje się ⁶[3]:

$$F_{spont} = \hbar k s_0 \frac{\Gamma^3}{8} \frac{1}{\frac{\Gamma^2}{4} (1 + 2s_0) + (\Delta - kV)^2}.$$
(2.39)

Dokonując dalszych podstawień $F_0 = \hbar k s_0 \frac{\Gamma^3}{8}, M = \frac{\Gamma^2}{4} (1 + 2s_0)$ otrzymujemy:

$$F_{spont} = \frac{F_0}{M + (\Delta - kV)^2}.$$
 (2.40)

Wypadkowa siła optyczna działająca na atom oświetlony z dwóch stron może być zapisana w postaci dwóch członów F_+ i F_- (człony różnią się kierunkiem padania wiązki czyli znakiem stojącym przed wektorem falowym k):

$$F_{wyp} = F_{+} + F_{-} = \frac{F_{0}}{M + (\Delta - kV)^{2}} - \frac{F_{0}}{M + (\Delta + kV)^{2}}.$$
 (2.41)

Rozwijając obydwa człony powyższego wzoru w szereg Taylora wokół małych prędkości i ucinając na pierwszym wyrazie tego szeregu otrzymujemy:

$$F_{+} = \frac{F_{0}}{M + (\Delta - kV)^{2}} \approx \frac{F_{0}}{M + \Delta^{2}} + \frac{2\Delta F_{0}kV}{(M + \Delta^{2})^{2}},$$
(2.42)

 $^{^5 \}mathrm{O}$ ile wiązki są odstrojone poniżej rezonansu tzn. $\omega_L < \omega_0.$

 $^{^{6}\}mathrm{W}$ dalszym ciągu tego paragrafu zostaną pominięte symbole wektorów oraz wartości średniej

$$F_{-} = \frac{-F_{0}}{M + (\Delta + kV)^{2}} \approx -\frac{F_{0}}{M + \Delta^{2}} + \frac{2\Delta F_{0}kV}{(M + \Delta^{2})^{2}},$$
(2.43)

$$F_{wyp} \approx \frac{4\Delta F_0 kV}{\left(M + \Delta^2\right)^2} = -\beta V.$$
(2.44)

Pełna postać występującego w powyższym równaniu współczynnika
 β (pełniącego funkcję współczynnika lepkości) wyraża się w
zorem:

$$\beta = -\hbar k^2 s_0 \frac{\Gamma^3}{2} \frac{\Delta}{\left(\frac{\Gamma^2}{4}(1+2s_0)+\Delta^2\right)^2} = -8\hbar k^2 s_0 \frac{\frac{\Delta}{\Gamma}}{\left(1+2s_0+\left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2\right)^2}.$$
 (2.45)

Z postaci współczynnika β wynika, że jego znak zależy od znaku odstrojenia Δ . Dla $\Delta > 0$ wypadkowa siła działająca na atom przyspiesza go⁷. Natomiast dla $\Delta < 0$ wypadkowa siła jest liniowa względem prędkości atomu oraz przeciwnie doń skierowana - atom porusza się w takiej sile tak jakby znajdował się w cieczy lepkiej - dlatego omawiana konfiguracja nosi nazwę melasy optycznej. Uogólniając przypadek jednowymiarowy do trzech wymiarów, jeśli na atom padają trzy pary wzajemnie prostopadłych wiązek to taki układ nosi nazwę trójwymiarowej melasy optycznej a w obszarze przecinania się wiązek atomy są chłodzone. Uogólnienie



Rysunek 2.8: Ideowy schemat trójwymiarowej melasy optycznej. Melasa występuje w obszarze przecięcia wiązek laserowych.

to prowadzi do modyfikacji wzoru na współczynnik lepkości β (wiąże się to z trzykrotnym wzrostem I_{cal}):

$$\beta = -8\hbar k^2 s_0 \frac{\frac{\Delta}{\Gamma}}{\left(1 + 6s_0 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2\right)^2}.$$
(2.46)

⁷Oczywiście w takim wypadku w żadnym razie nie można mówić o melasie optycznej.

Warto zauważyć, że współczynnik lepkości przyjmuje maksymalną wartość dla odstrojenia $\Delta = \frac{\Gamma}{2}$ oraz parametru nasycenia $s_0 = \frac{1}{3}$:

$$\beta_{max} = \frac{\hbar k^2}{12}.\tag{2.47}$$

Można wykazać, że wraz ze zwiększaniem natężenia wiązek (a więc także i parametru nasycenia s_0) zwiększa się też wartość odstrojenia, dla którego współczynnik lepkości przyjmuje maksimum (zostało to pokazane na rysunku 2.2.4).



Rysunek 2.9: Współczynnik lepkości w funkcji odstrojenia dla kilku parametrów nasycenia.

2.3 Pułapkowanie atomów neutralnych

Trójwymiarowa melasa optyczna umożliwia spowalnianie (czyli chłodzenie) atomów. Jednakże żaden z punktów w melasie (tzn. w obszarze przecięcia trzech par wiązek lasera) nie jest wyróżniony. Innymi słowy wypadkowa siła działająca na atom nie jest zależna od położenia co uniemożliwia pułapkowanie atomów. Aby temu zaradzić należy wprowadzić dodatkowe oddziaływanie, które do wzoru na siłę wypadkową wniesie człon zależny od położenia. Jak się okazuje jest to możliwe przy wykorzystaniu przesunięcia poziomów energetycznych atomu w polu magnetycznym (efekt Zeemana) zależnym od położenia.

2.3.1 Jednowymiarowa pułapka magnetooptyczna (MOT) [6]

Rozważmy atom dwupoziomowy, który w stanie podstawowym ma moment pędu F=0 a w stanie wzbudzonym F'=1. W stanie podstawowym atom ten posiada więc tylko jeden podpoziom zeemanoswki $m_F=0$, w stanie wzbudzonym atom ma trzy podpoziomy zeemanoswkie o następujących wartościach magnetycznej



Rysunek 2.10: Pole magnetyczne i przesunięcia poziomów w pułapce MOT

liczby kwantowej: $m'_F = -1,0,1$. Taki atom znajdujący się w polu magnetycznym o natężeniu B doznaje następującego przesunięcia poziomów energetycznych:

$$\omega_0(B) = \omega_0(B=0) + m'_f g_f \frac{\mu_B}{\hbar} B, \qquad (2.48)$$

gdzie g_F jest odpowiednio zdefiniowanym czynnikiem Landego. Jeśli atom zostanie umieszczony w polu magnetycznym o stałym gradiencie wzdłuż osi $z \frac{dB_z}{dz} = const$ takim, że dla B(z = 0) = 0 to struktura energetyczna poziomów będzie wyglądać tak jak na rysunku 2.13 a częstość rezonansowa przejścia atomowego w funkcji położenia będzie wyrażać się wzorem :

$$\omega_0(z) = \omega_0(B=0) + bz, \tag{2.49}$$

gdzie b jest zdefiniowane w następujący sposób:

$$b = g'_F m'_F \frac{\mu_B}{\hbar} \frac{dB_z}{dz}.$$
(2.50)

Atom znajdujący się w takim polu magnetycznym jest oświetlony z dwóch stron wiązkami lasera o przeciwnych polaryzacjach kołowych, których częstość jest mniejsza od częstości rezonansowej $\Delta = \omega_L - \omega_0 < 0^{-8}$. Dla ustalenia uwagi przyjmijmy, że atom oświetlony jest z lewej strony wiązką σ_+ a z prawej strony wiązką σ_- . Zgodnie z regułami wyboru światło o polaryzacji σ_+ może spowodować przejście, dla którego $\Delta m_F = 1$ natomiast światło o polaryzacji σ_- może

 $^{^{8}}$ dla B=0

wywołać przejście, dla którego $\Delta m_F = -1$. Z wymienionych powyżej reguł wyboru można wywnioskować, że atom będący w stanie podstawowym F=0 $m_f = 0$, w przypadku absorpcji fotonu z wiązki padającej z lewej strony (sigma_) może przejść jedynie do stanu F=1 $m_f = -1$, zaś absorbując foton z wiązki padającej z prawej strony może przejść jedynie do stanu F=1 $m_f = 1$. Uwzględniając zeemanowskie przesunięcia podpoziomów energetycznych górnego stanu atomowego, można stwierdzić, iż prawdopodobieństwa absorpcji fotonów z poszczególnych wiązek (a co za tym idzie także i siły wywierane przez wiązki na atom) zależą od położenia wzdłuż osi Z. Innymi słowy na skutek efektu Zeemana warunek rezonansu dla wiązki padającej z lewej przyjmuje postać:

$$\omega_0 - \omega_L - kV - |b|z = 0, \qquad (2.51)$$

zaś dla wiązki padającej z prawej ma postać:

$$\omega_0 - \omega_L - kV + |b|z = 0. \tag{2.52}$$

Siły wywierane na opisany powyżej atom przez wiązki mają następującą postać:

$$F_{+,\sigma_{+}} = \frac{F_{0}}{M + (\Delta - kV - |b|z)^{2}},$$
(2.53)

$$F_{-,\sigma_{-}} = \frac{F_0}{M + (\Delta + kV + |b|z)^2}.$$
(2.54)

Rozwijając powyższe wzory w szereg Taylora wokół zera względem z^9 (jest to procedura bardzo podobna do tej zastosowanej w punkcie 2.2.4). a następnie sumując przyczynki pochodzące od F_+ i F_- otrzymamy wzór na siłę wypadkową:

$$F_{wyp} = -\kappa z - \beta V, \qquad (2.55)$$

gdzie

$$\kappa = -8\hbar k |b| s_0 \frac{\frac{\Delta}{\Gamma}}{\left(1 + 2s_0 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2\right)^2},\tag{2.56}$$

$$\beta = -8\hbar k^2 s_0 \frac{\frac{\Delta}{\Gamma}}{\left(1 + 2s_0 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2\right)^2}.$$
(2.57)

2.3.2 Trójwymiarowa pułapka magnetooptyczna

Trójwymiarową pułapkę magnetooptyczną uzyskuje się poprzez zestawienie trzech par wzajemnie prostopadłych wiązek laserowych (przy czym wiązki w danej parze mają przeciwną polaryzację kołową) oraz pary cewek zestawionych w układ podobny¹⁰ do konfiguracji anty-Helmholtza (stosuje się parę kolistych cewek o



Rysunek 2.11: Schemat trójwymiarowej pułapki magnetooptycznej

promieniu R, odległych od siebie o odległość A, w których prąd płynie w przeciwnych kierunkach). Pole wytworzone przez powyższy układ cewek ma symetrię cylindryczną. Siła wypadkowa działająca na atomy znajdujące się w tego rodzaju pułapce ma postać:

$$\vec{F}_{wyp} = -\kappa z - \beta \vec{V}, \qquad (2.58)$$

gdzie

$$\kappa = -8\hbar k |b| s_0 \frac{\frac{\Delta}{\Gamma}}{\left(1 + 6s_0 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2\right)^2},\tag{2.59}$$

$$\beta = -8\hbar k^2 s_0 \frac{\frac{\Delta}{\Gamma}}{\left(1 + 6s_0 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2\right)^2}.$$
(2.60)

2.3.3 Granice chłodzenia dopplerowskiego

Podczas chłodzenia atomów w melasie optycznej ¹¹każdemu aktowi absorpcji (która to de facto odpowiada za chłodzenie) odpowiada akt emisji spontanicznej fotonu¹² podczas deekscytacji atomu. Jako że emisja spontaniczna jest procesem izotropowym średnia zmiana prędkości na skutek tego procesu wynosi zero. Jednakże energia kinetyczna jest proporcjonalna do kwadratu prędkości. Okazuje się,

⁹Poprzestając na pierwszej pochodnej.

¹⁰Odległość między cewkami nie jest równa promieniowi cewek.

¹¹Obliczenia w tym podpunkcie dla melasy w jednym wymiarze.

¹²Załóżmy że natężenie wiązek jest małe, przez co emisja wymuszona jest pomijalna.



Rysunek 2.12: Pole magnetyczne wytworzone przez parę cewek w układzie anty-Helmholtza R=1, A=1. (Widok trójwymiarowy.)



Rysunek 2.13: Po lewej składowa radialna a po prawej składowa równoległa do osi z pola magnetycznego wytworzonego przez parę cewek w układzie stosowanym w pułapce MOT.

że średnia zmiana kwadratu prędkości (na skutek procesów emisji spontanicznej) jest różna od zera, zatem szybkość podgrzewania atomów (tzn. pochodna zmiany energii kinetycznej po czasie) wynosi:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{podgrz} = \frac{\hbar^2 k^2}{M} R,$$
(2.61)

gdzie R jest szybkością rozpraszania fotonów zdefiniowaną w następujący sposób:

$$R = \Gamma \frac{s_0}{1 + 2s_0 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2}.$$
(2.62)

Szybkość chłodzenia, czyli średnia zmiana energii na skutek działania siły spontanicznej wynosi:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{chlod} = \frac{d(F_{spon}r)}{dt} = F_{spon}V_{atom}.$$
(2.63)

Temperaturę graniczną dla chłodzenia w melasie można znaleźć obliczając prędkość atomu z warunku:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{podgrz} = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{chlod},\tag{2.64}$$

a następnie korzystając ze wzoru:

$$\frac{k_B T}{2} = \frac{M_{at} V_{at}^2}{2}.$$
(2.65)

Okazuje się, że tak wyliczona graniczna temperatura dla chłodzenia doplerowskiego (w jednym wymiarze) wynosi:

$$T_{Doppler} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}.$$
(2.66)

Warto tu odnotować (co może wydawać się sprzeczne z intuicją), że temperatura graniczna nie zależy od masy atomu. Przykładowo, dla rubidu ⁸⁵Rb pułapkowanego i chłodzonego na linii $D_2 T_{Doppler} = 140 \mu K$. Więcej informacji na temat granicy chłodzenia dopplerowskiego znaleźć można np. w pracach [8, 7].

2.4 Chłodzenie subdopplerowskie [9], [7]

Rozważmy parę wiązek laserowych o takiej samej częstości ω_L i takiej samej amplitudzie ε_0 propagujących w przeciwnych kierunkach wzdłuż osi z. Niech polaryzacja pierwszej z wiązek będzie oznaczona symbolem ϵ drugiej zaś ϵ' . Wypadkowe pole elektryczne wytworzone przez taki układ wiązek ma postać:

$$E(z,t) = \varepsilon^+(z)exp(-i\omega_L t) + c.c., \qquad (2.67)$$

gdzie:

$$\varepsilon^{+}(z) = \varepsilon_0 \epsilon \exp(ikz) + \varepsilon_0 \epsilon' \exp(-ikz). \tag{2.68}$$

2.4.1 Konfiguracja lin \perp lin

Rozważając jeden z najprostszych przypadków załóżmy, iż obie wiązki są spolaryzowane liniowo a ich polaryzacje są wzajemnie prostopadłe tzn. $\epsilon = \epsilon_x \ \epsilon' = \epsilon_y$ wtedy wypadkowa amplituda pola elektrycznego wynosi:

$$E(z,t) = \varepsilon_0 \sqrt{2} \left(\cos(kz) \frac{\epsilon_y + \epsilon_x}{\sqrt{2}} - i \sin(kz) \frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{\sqrt{2}} \right) \exp(-i\omega_L t) + c.c. \quad (2.69)$$

Powyższy wzór pokazuje, że polaryzacja nowo powstałej fali stojącej zmienia się periodycznie w przestrzeni (z okresem $\frac{\lambda}{2}$) począwszy od liniowej dla z=0, poprzez kołową lewoskrętną σ_- ($z = \frac{\lambda}{8}$), liniową prostopadłą do poprzedniej ($z = \frac{\lambda}{4}$), kołową prawoskrętną σ_+ (dla $z = \frac{3\lambda}{8}$) znów na liniowej skończywszy ($z = \frac{\lambda}{2}$). Przyjmijmy, że atom dwupoziomowy znajdujący się w polu takiej fali stojącej ma w stanie podstawowym dwa podpoziomy zeemanowskie ($m_F = +1/2$). $m_F = -1/2$).W ogólności przesunięcia światłem (tzw. light shift) poziomów energetycznych atomów zależą od natężenia fali i polaryzacji. Są one także różne dla różnych poziomów zeemanowskich. Jako że polaryzacja wypadkowej fali stojącej jest periodyczną funkcją w przestrzeni to także podpoziomy energetyczne stanu podstawowego atomu zmieniają się periodycznie w przestrzeni. Okazuje się, iż dla konfiguracji lin \perp lin diagram podpoziomów zeemanowskich stanu podstawowego atomu dwupoziomowego wygląda tak jak na wykresie 2.14. Jak wynika z praw



Rysunek 2.14: Polaryzacja fali stojącej, oraz podpoziomy energetyczne stanu podstawowego w funkcji położenia

termodynamiki, podpoziom o niższej energii jest bardziej obsadzony.

2.4.2 Chłodzenie Syzyfa na przykładzie konfiguracji lin \perp lin

Przyjmijmy, że początkowo atom znajduje się w punkcie dla którego polaryzacja fali stojącej wynosi σ_- (dla ustalenia uwagi $z = \frac{\lambda}{8}$) oraz znajduje się w stanie o

 $m_F = -\frac{1}{2}$. Oznacza to, iż w tym miejscu w przestrzeni atom znajduje się w najniższym możliwym stanie energetycznym. Jeśli atom ten porusza się w kierunku osi z (tzn w prawo) to gdy dotrze do punktu $z = \frac{3\lambda}{8}$ będzie znajdował się w górnym podstanie stanu podstawowego. Na skutek absorpcji fotonu o polaryzacji σ_+ omawiany atom przejdzie do stanu wzbudzonego. Następnie na skutek emisji spontanicznej fotonu o polaryzacji π atom przejdzie do dolnego poziomu stanu podstawowego. Jako że foton zaabsorbowany ma mniejszą energię (o wartość rozsunięcia światłem podpoziomów Zeemana) niż foton wyemitowany podczas deekscytacji (tzw. rozpraszanie antystokesowskie) atom wytraca energię kinetyczną. Opisany powyżej proces zachodzący cyklicznie umożliwia obniżenie temperatury chmury atomów znacznie poniżej granicy chłodzenia dopplerowskiego i nosi nazwę chłodzenia Syzyfa.

Okazuje się, że współczynnik "lepkości" dla tego typu chłodzenia przyjmuje maksymalną wartość:

$$\beta \sim -\hbar k^2 \frac{\Delta'}{\Gamma'},$$
 (2.70)

gdzie Δ' to przesunięcie światłem a Γ' szerokość stanu podstawowego.

2.4.3 Konfiguracja $\sigma_+\sigma_-$

W rzeczywistej pułapce magnetooptycznej wiązki laserowe padające na atom z przeciwnych stron mają przeciwne polaryzacje kołowe (prawo i lewoskrętną). Dla-



Rysunek 2.15: Schemat chłodzenia Syzyfa.

tego też tego typu układ wiązek laserowych nosi nazwę konfiguracji ($\sigma_+ - \sigma_-$). Polaryzacja wypadkowej fali stojącej jest liniowa, jednakże wraz ze zmianą położenia wzdłuż osi z obraca się wokół tejże osi. Innymi słowy można powiedzieć iż wektor polaryzacji wykreśla w przestrzeni helisę o okresie λ . Maksymalny współ-

Rysunek 2.16: Polaryzacja w konfiguracji $\sigma_+\sigma_-$. Rysunek pochodzi z pracy [7]

czynnik lepkości dla takiej konfiguracji wynosi:

$$\beta \sim -\hbar k^2 \frac{\Gamma'}{\Delta'}.\tag{2.71}$$

Jako że dla dużych odstrojeń tzn $|\Delta| >> \Gamma$ zachodzi (Ω -częstość Rabbiego):

$$\Delta' \sim \frac{\Omega^2}{\Delta},\tag{2.72}$$

$$\Gamma' \sim \frac{\Omega^2 \Gamma}{\delta} \tag{2.73}$$

ostatecznie otrzymujemy:

$$\beta \sim -\hbar k^2 \frac{\Delta}{\Gamma}.$$
 (2.74)

Warto zauważyć, że w konfiguracji $\sigma_+\sigma_-$ współczynnik lepkości jest znacznie większy niż dla konfiguracji lin \perp lin lub dla chłodzenia w melasie. Należy jednak zwrócić uwagę, iż chłodzenie to jest efektywne ¹³ jedynie dla atomów poruszających się z małymi prędkościami rzędu:

$$V \sim \frac{\lambda \Gamma'}{4}.$$
 (2.75)

Na rysunku 2.17 zaczerpniętym z pozycji [7] jest przedstawiony wykres siły działającej na atom w funkcji jego prędkości.

¹³tzn. rzeczywisty współczynnik lepkości jest zbliżony do maksymalnego

2.4.4 Granice chłodzenia subdopplerowskiego

Granicą chłodzenia subdopplerowskiego jest energia kinetyczna jaką atom uzyskuje podczas odrzutu związanego z emisją spontaniczną pojedynczego fotonu.

$$E_{kin} = \frac{\overrightarrow{p}^2}{2M} = \frac{h^2 \overrightarrow{k}^2}{2M}.$$
(2.76)

Po przeprowadzeniu odpowiednich obliczeń, które można znaleźć np. w pracy [9], okazuje się, że zarówno dla konfiguracji lin \perp lin jak i dla $\sigma_+ - \sigma_-$ oszacowana temperatura równowagowa wynosi:

$$T_{recoil} = \frac{\hbar^2 \Omega^2}{|\Delta|}.$$
(2.77)

Dla rubidu temperatura ta jest rzędu kilkuset nanokelwinów. Chłodzenie do jeszcze niższych temperatur (niezbędne np. w celu uzyskania kondensatu Bosego-Einsteina) możliwe jest przy zastosowaniu innych metod chłodzenia np. chłodzenia przez odparowanie lub metodą VSCPT. Metody te opisane są np. w pracach [7],[10].

2.5 Oddziaływanie van der Waalsa

2.5.1 Wprowadzenie

Oddziaływania pomiędzy trwałymi bądź wy
indukowanymi momentami dipolowymi cząsteczek występują pod wspólną nazwą oddziaływań v
an der Waalsa 14

¹⁴Johannes Diderik van der Waals (1837-1923) - fizyk holenderski, profesor uniwersytetu w Amsterdamie, zajmował się badaniami z zakresu fizyki cząsteczkowej i termodynamiki. Laureat nagrody Nobla z fizyki w roku 1910 za sformułowanie równania stanu gazu rzeczywistego tzw. równania van der Waalsa. Biografia sporządzona na podstawie [11].



Rysunek 2.17: Siła działająca na atom chłodzony w pułapce MOT z uwzględnieniem chłodzenia przez gradient polaryzacji. Rysunek zaczerpniety z pracy [7].

(oddziaływań vdW). Oddziaływania tego typu między cząsteczkami gazu rzeczywistego są źródłem jednej z poprawek do równania gazu doskonałego (równania Clapeyrona), która to poprawka jest uwzględniona w tzw. równaniu gazu van der Waalsa. Ponadto oddziaływania van der Waalsa są odpowiedzialne za przesunięcia linii widmowych oraz ich poszerzenie (tzw. poszerzenie van der Waalsa). Warto zaznaczyć, że siły van der Waalsa ogrywają istotną rolę w Mikroskopii Sił Atomowych (AFM)¹⁵. Więcej informacji na temat oddziaływania vdW można znaleźć np. w rozdziale 3 pozycji [12].

2.5.2 Oddziaływanie atomu z powierzchnią dielektryka

Okazuje się, że poziomy energetyczne atomu znajdującego się dostatecznie blisko powierzchni dielektryka są w istotny sposób zaburzane na skutek oddziaływania van der Waalsa. W aktualnie rozważanym przypadku, oddziaływanie to można zrozumieć jako oddziaływanie między momentem dipolowym atomu a jego obrazem położonym po przeciwnej, niż atom, stronie powierzchni dielektryka¹⁶. Zakładając, że atom znajduje się w próżni a dielektryk jest scharakteryzowany poprzez współczynnik załamania n, można wykazać (szczegóły np. w pracy [13]), że Hamiltonian tego oddziaływania przyjmuje formę:

$$H_{vdW} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \frac{1}{64\pi\epsilon_0} \frac{D_{\parallel}^2 + 2D_{\perp}^2}{z^3},$$
(2.78)

gdzie ϵ_0 -przenikalność elektryczna próżni, z- odległość atomu od powierzchni dielektryka, D_{II} - równoległa do powierzchni dielektryka składowa momentu dipolowego atomu, D_{\perp} -prostopadła do powierzchni dielektryka składowa momentu dipolowego. Okazuje się, że:

$$D_{II} + 2D_{\perp} = W = e^2 \left(x_e^2 + y_e^2 + z_e^2 \right), \qquad (2.79)$$

gdzie e- ładunek elementarny, x_e, y_e, z_e - kartezjańskie współrzędne elektronu względem środka masy atomu. Po przejściu do sferycznego układu współrzędnych operator W można w prosty sposób rozłożyć na część skalarną i kwadrupolową:

$$W = W^{(S)} + W^{(Q)} = e^2 \left(\frac{4}{3}r_e^2 + \frac{1}{3}r_e^2Q\right), \qquad (2.80)$$

gdzie $r_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2 + z_e^2}$ - odległość między elektronem a jądrem, natomiast $Q = \sqrt{\frac{16\pi}{5}}Y_{20}(\Theta, \Phi)$. Wartość elementu macierzowego $\langle n, l | r_e^2 | n, l \rangle$ może być wyliczona ze wzoru:

$$\langle n, l | r_e^2 | n, l \rangle \approx a_0^2 n_i^{*2} \frac{5 n_i^{*2} + 1 - 3l(l+1)}{2},$$
 (2.81)

¹⁵Szczególnie dla mikroskopów pracujących w tzw. trybie bezkontaktowym.

¹⁶Jest to tzw model Lennarda-Jonesa.

gdzie n_i^* - efektywna główna liczba kwantowa. Ostatecznie dla rubidu $r_e^2 = 28.2a_0^2$ gdzie a_0 -promień Bohra (za [2]). Jako że element macierzowy operatora Q spełnia relację (3j - oznacza wartość symbolu 3j Wignera):

$$\langle n, l, J, M | Q | n, l, J, M \rangle \sim \begin{pmatrix} J & J & 2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}_{3j},$$
 (2.82)

jasne jest, że jeśli dla stanu podstawowego atomu zachodzi J = 1/2 (co w szczególności zachodzi dla wszystkich atomów alkalicznych), to z powodu zerowania się symbolu 3j Wignera operator W nie ma składowej kwadrupolowej. Po uwzględnieniu wszystkich powyższych faktów, okazuje się że dla atomów rubidu:

$$U_{vdW} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \frac{1}{64\pi\epsilon_0} \frac{\frac{4}{3}e^2 a_0^2 28.2}{z^3}$$
(2.83)

i ostatecznie:

$$U_{vdW}/(\hbar\Gamma) = -\frac{150 \cdot 10^{-6}}{z^3 [\mu m^3]}.$$
(2.84)

Oddziaływanie van der Waalsa ma istotny wpływ na zachowanie atomu dla odległości mniejszych niż $\frac{\lambda_0}{2\pi}$ (λ_0 -długość fali dominującego przejścia atomowego). Dla atomów rubidu są to więc odległości rzędu 125nm [2] . Opisane powyżej oddziaływanie powoduje, iż na atom znajdujący się w pobliżu powierzchni dielektryka działa siła przyciągająca go do tejże powierzchni.

2.5.3 Wybrane metody pomiaru oddziaływania van der Waalsa

Pomiary oddziaływania van der Waalsa pomiędzy atomem a powierzchnią makroskopową można przeprowadzić na kilka różnych sposobów. Jednym ze sposobów jest badanie trajektorii atomów w pobliżu powierzchni, opis doświadczenia wykorzystującego tę metodę można znaleźć w [14]. Innym ze sposobów jest badanie wpływu oddziaływania van der Waalsa na atomowe linie widmowe (dokładniej wpływu oddziaływania na częstotliwość przejścia między danymi poziomami energetycznymi atomu). Tego rodzaju eksperyment został opisany w pracy [15]. Autorzy wspomnianego eksperymentu kierowali wiązkę atomów (sodu w stanie podstawowym) między dwa płaskie zwierciadła pokryte złotem. Odległość między lustrami mogła być precyzyjnie ustawiona. Atomy znajdujące się między zwierciadłami były wzbudzane do wyższego stanu energetycznego poprzez dwa lasery z których jeden był przestrajalny. W doświadczeniu obserwowano ilość atomów będących w pewnym stanie wzbudzonym w zależności od częstotliwości lasera przestrajalnego (wyznaczano częstotliwość przejścia dla danej odległości między lustrami). Na podstawie obserwacji zmian częstotliwości przejścia wywołanych obecnością zwierciadeł¹⁷ autorzy pracy [15] potwierdzili formułę Lennarda-Jonesa (tzn. związek potencjału z odległością od powierzchni w postaci $\frac{1}{r^3}$).

 $^{$^{17}}Stworzono$ wykres punktowy ukazujący zmianę częstotliwości przejścia w funkcji odległości między lustrami
2.5. ODDZIAŁYWANIE VAN DER WAALSA

W niniejszej pracy magisterskiej zastosowano jeszcze inną metodę badania oddziaływania vdW: badano oddziaływanie chmury zimnych atomów z optycznym lustrem dipolowym. Na wypadkowy potencjał lustra, w którym to potencjale poruszały się atomy, składał się przyczynek od potencjału dipolowego (związanego z falą zanikającą) oraz przyczynek od potencjału vdW. Szczegółowy opis przeprowadzonego doświadczenia znajduje się w dalszych rozdziałach niniejszej pracy, dlatego też nie będzie ono teraz głębiej omawiane.

Rozdział 3

Opis układu doświadczalnego

Układ doświadczalny użyty w przeprowadzanym doświadczeniu można podzielić na dwie główne części: podukład pułapki magnetooptycznej wraz z układem obrazowania oraz podukład odpowiedzialny za wytworzenie lustra dipolowego. Wymienione powyżej podukłady zostaną szczegółowo opisane w następnych podrozdziałach niniejszej pracy. Użyty układ przystosowany jest do pracy z atomami rubidu ⁸⁵Rb. Wybór rubidu, jako pierwiastka użytego w doświadczeniu jest podyktowany między innymi tym, że jest to metal alkaliczny (jeden elektron na powłoce walencyjnej, względnie prosta struktura widma) oraz że długość fali jednej z linii widmowych rubidu ⁸⁵Rb (konkretnie linii D_2) pokrywa się z długością fali emitowaną przez względnie tanie i proste w budowie lasery diodowe.

3.1 Podstawowe właściwości rubidu

W przyrodzie rubid występuje w postaci dwóch izotopów: ⁸⁵Rb i ⁸⁷Rb, przy czym tylko pierwszy jest izotopem stabilnym¹. Podstawowe właściwości rubidu opisane są w tabeli 1², a na rysunku 3.1 jest przedstawiona struktura energetyczna atomów izotopu ⁸⁵Rb. Jako przejście pułapkujące wykorzystano jedno z przejść linii D2 między stanami struktury nadsubtelnej F=3, F'=4. Laser pułapkujący, stabilizowany do rezonansu krzyżowego między przejściamu F=3⇒F'=2 i F=3⇒F'=3, jest odstrojony od przejścia pułapkującego o około 10MHz ku czerwieni przy użyciu modulatora akustooptycznego ³. Z uwagi na reguły wyboru przejście atomu w wyniku emisji spontanicznej ze stanu F'=4 do stanu F=2 jest zabronione.

¹Jako ciekawostkę warto odnotować, że do tej pory zostało wytworzonych około 30 sztucznych izotopów rubidu, z których niektóre posiadają względnie długie okresy półrozpadu (np $^{83}Rb - 86dni$) [16].

²Tabela oparta na [17], [18].

³Bardziej szczegółowy opis tego urządzenia znajdzie się w punkcie 3.3.4.

Wielkość	⁸⁵ Rb	⁸⁷ Rb	Jednostka
abundancja	72.17	27.83	%
okres półrozpadu	stabilny	$4.9 \cdot 10^{10}$	lata
masa	$1.410 \cdot 10^{-25}$	$1.443 \cdot 10^{-25}$	kg
spin jądra I	5/2	3/2	
naturalna szerokość lini i Γ	37	38	MHz

Tabela 3.1: Rubid - podstawowe właściwości. Tabela sporządzona na podstawie [17],[18].



Rysunek 3.1: Struktura energetyczna atomów rubidu ^{85}Rb .

Jednakże ze względu na niewielką, wynoszącą 123MHz, odległość energetyczną między stanami F'=4, F'=3 możliwe jest wzbudzanie (promieniowaniem lasera pułapkującego) atomu do stanu o F'=3 z którego, na skutek emisji spontanicznej, możliwe jest przejście do stanu F=2. Powyższa okoliczność sprawia, iż niezbędne jest użycie lasera repompującego, który przepompowuje atomy ze stanu F=2 do stanu F=3 za pośrednictwem stanów F'=2 lub F'=3 (laser ten stabilizowany jest do przejścia F=2 \Rightarrow F'=1 a następnie przy użyciu AOM częstość wiązki repompującej jest przesuwana o 92 MHz). Na rysunkach 3.2,3.3 przedstawiono widma spektroskopii nasyceniowej dla lasera pułapkującego oraz repompującego (oba zebrane w trybie DC).



Rysunek 3.2: Sygnał spektroskopii nasyceniowej lasera pułapkującego. Na rysunku widoczne przejście $5^2 S_{\frac{1}{2}}(F=3) - 5^2 P_{\frac{3}{2}}(F=2,3,4)$ dla atomów rubidu ⁸⁵Rb. Na czerwono oznaczono rezonans, do którego stabilizowany był laser

3.2 Ogólny schemat układu doświadczalnego

Ogólny schemat układu doświadczalnego zamieszczony jest na rysunku 3.4.

3.3 Opis najważniejszych elementów układu

3.3.1 Lasery użyte w doświadczeniu

Laser pułapkujący

W celu pułapkowania atomów użyto lasera DL100 firmy Toptica Photonics. Maksymalna moc diody tego lasera (dioda LD-0780-0150-2) wynosi 150mW. Moc lasera dostrojonego do rezonansu krzyżowego co23⁴ (pomiędzy przejściami linii D2 charakteryzowanymi liczbami kwantowymi $F=3 \Rightarrow F'=2$ oraz $F=3 \Rightarrow F'=3$) przy prądzie płynącym przez diodę wynoszącym 194mA i temperaturze diody przy 21 ^{o}C wynosiła 143mW [18], [19]. Szerokość spektralna promieniowania emitowanego przez diodę laserową wynosi 100MHz, dlatego też w celu zmniejszenia szerokości

⁴Skrót *co* oznacza rezonans krzyżowy z ang. crossover.



Rysunek 3.3: Sygnał spektroskopii nasyceniowej lasera repompującego. Na rysunku widoczne przejście $5^2 S_{\frac{1}{2}}(F=2) - > 5^2 P_{\frac{3}{2}}(F=1,2,3)$ dla atomów rubidu ⁸⁵Rb. Na czerwono oznaczono rezonans, do którego stabilizowany był laser.

spektralnej widma lasera układ został wyposażony w rezonator zewnętrzny w układzie Litrowa (siatka 1800 $\frac{rys}{mm}$). Laser pułapkujący przestrajany jest na dwa sposoby jednocześnie: poprzez przemieszczanie siatki dyfrakcyjnej rezonatora zewnętrznego oraz poprzez dodawanie do prądu płynącego przez diodę odpowiednio wzmocnionego sygnału sterującego wychyleniem siatki. Dzięki takiemu sposobowi przestrajania zakres pracy lasera bez przeskoku modów wynosi około 24GHz (dla długości fali 780 nm).

Repumper

Użyty w doświadczeniu laser repompujący został wykonany w Zakładzie Optyki Atomowej. Laser ten zbudowany został na bazie diody HITACHI 7851G o mocy maksymalnej 50 mW. Urządzenie jest wyposażone w zewnętrzny rezonator pracujący w układzie Littmana-Metcalfa. Stabilizację temperaturową zapewnia ogniwo Peltiera (na którym to znajduje się miedziana płytka z zamocowaną diodą laserową), termistor NTC (który jest przymocowany do miedzianej płytki) oraz układ sprzężenia zwrotnego typu PID. Temperatura, do której laser jest stabilizowany, jest wybierana przy użyciu potencjometru nastawnego, który jest połączony szeregowo z opisywanym wcześniej termistorem. Dodatkowo, aby umożliwić odczyt



Rysunek 3.4: Schemat dolnego poziomu stołu optycznego.



Rysunek 3.5: Rezonator lasera w układzie Littmana-Metcalfa. Wiązka lasera pada na siatkę pod bardzo dużym kątem (dzięki temu oświetla znaczną część jej powierzchni). Wiązka ugięta na siatce pada na zwierciadło, po odbiciu od niego wraca poprzez wtórne ugięcie do diody lasera. Przestrajanie lasera odbywa się poprzez ruch zwierciadła zamocowanego na elemencie piezoelektrycznym.

temperatury układu w stopniach Celsjusza do bloczka miedzianego jest przymocowany czujnik typu LM 35. Szczegółowy opis układu stabilizacji lasera (wraz ze schematem blokowym układu elektronicznego) znajduje się w pracy [20].

Układ laserów wytwarzających falę zanikającą

W celu wytworzenia nad górną podstawą pryzmatu fali zanikającej o jak największej powierzchni i odpowiednio dużym natężeniu korzystne jest użycie lasera emitującego wiązkę o jak największej mocy. W tym celu zastosowano w układzie zestaw dwóch laserów. Tzw. laser master z diodą Hitachi 7851G emitujący wąskie spektralnie promieniowanie wymusza drugi z laserów (zbudowany na bazie diody HITACHI 7852G), tzw. slave techniką injection-locking (więcej na temat tej metody można dowiedzieć się np. z pracy [21]). W praktyce polega to na tym, iż do diody lasera slave wstrzykiwane jest promieniowanie lasera master (wykorzystano w tym celu wejście boczne izolatora optycznego ⁵ firmy Isowave model I-80-T5H). Moc maksymalna obydwu diod laserowych jest jednakowa (50mW) jednakże zastosowanie rezonatora zewnętrznego w laserze master powoduje, iż wyjściowa moc tego lasera wynosi jedynie 1.6 mW. Właśnie owo ograniczenie

⁵Zasada działania izolatorów optycznych opisana jest w sekcji 3.3.2 "Izolatory optyczne".

mocy lasera na skutek użycia zewnętrznego rezonatora tłumaczy celowość zastosowania metody injection locking (laser slave nie ma rezonatora zewnętrzengo).

3.3.2 Izolatory optyczne

Wiązki emitowane przez każdy z użytych w doświadczeniu laserów przechodzą przez tzw izolatory optyczne. Użycie tych przyrządów ma na celu zapobieżenie wpadaniu do lasera diodowego światła odbitego od jednego z dalszych elementów układu, ma to związek z podatnością diod laserowych na wzmacnianie powracającego do nich światła. Innymi słowy, światło powracające do lasera mogłoby zaburzyć widmo spektralne lasera [22] (problem ten nabiera szczególnego znaczenia miedzy innymi dlatego, że jednym z dalszych elementów układu jest modulator akustooptyczny zmieniający częstotliwość wiązki świetlnej). W najprostszym przypadku izolator optyczny zbudowany jest z dwóch polaryzatorów, których płaszczyzny polaryzacji są ustawione pod kątem 45° między którymi znajduje się rotator Faradaya. Skręcenie polaryzacji światła przez rotator Faradaya jest tak dobrane, że polaryzacja wiazki propagującej we "właściwym" kierunku jest równoległa do płaszczyzny polaryzacji polaryzatora wyjściowego. Gdy zaś światło propaguje w przeciwnym (czyli "niewłaściwym") kierunku po przejściu przez rotator Faradaya, jego polaryzacja jest prostopadła do płaszczyzny polaryzacji wyjściowego polaryzatora. Powyżej opisana zasada działania urządzenia jest przedstawiona na rysunku 3.6. Warto zaznaczyć iż, ze względu na swą konstrukcję, izolator optyczny jest urządzeniem zaprojektowanym do poprawnego działania z promieniowaniem z określonego zakresu spektralnego. Przykładowo izolator stosowany w układzie lasera repompującego może pracować w zakresie 750-900nm. Niektóre izolatory optyczne są wyposażone w dodatkowe wejście boczne, które umożliwia wprowadzenie promieniowania, które jest kierowane w kierunku diody lasera (a więc w kierunku, w którym izolator nie przepuszcza promieniowania). Ma to zastosowanie w technice wymuszania laserów (metoda injection-locking).



Rysunek 3.6: Schemat działania prostego izolatora optycznego.

3.3.3 Układy spektroskopii nasyceniowej

W celu stabilizacji pracy lasera, a w szczególności wyeliminowania wpływu drgań akustycznych oraz drgań stołu optycznego na jego pracę, konieczne jest zastosowanie metody stabilizacji (tzw. technika lock-in) do wybranego rezonansu z widma spektroskopii nasyceniowej⁶. Widma spektroskopii nasyceniowej wykorzystywane są także do znalezienia właściwych, dla poprawnej pracy laserów, wartości prądów płynących w diodach oraz temperatur diod. Schemat układów spektroskopii nasyceniowej użytych w doświadczeniu⁷ przedstawia rysunek 3.7. Liniowo



Rysunek 3.7: Schemat układu spektroskopii nasyceniowej.

spolaryzowana wiązka lasera pada na półfalówkę, która umożliwia zmianę kierunku wektora polaryzacji wiązki. Następnie wiązka pada na polaryzującą kostkę światłodzielącą (PBS). Półfalówka (a co za tym idzie także wektor polaryzacji wiązki) jest tak ustawiona aby jedynie niewielka część wiązki skierowana została do głównej części układu spektroskopii nasyceniwej. Owa słaba wiązka używana w spektroskopii pada na kolejną kostkę światłodzielącą po przejściu przez którą pada na ćwierćfalówkę a następnie na komórkę z parami rubidu (komórka jest lekko obrócona by wiązki odbite od jej ścianek propagowały w innych kierunkach niż wiązka główna). Przechodząc przez komórkę wiązka pełni rolę wiązki pompującej. Po przejściu przez komórkę wiązka pada na płytkę szklaną w kształcie klina⁸, który jest tak ustawiony, iż odbita wiązka (około 4 proc natężenia wiązki padającej na klin) wraca po tym samym torze co wiązka padająca do komórki z parami rubidu, gdzie tym razem odgrywa rolę wiązki próbkującej. Po przejściu przez komórkę wiązka ponownie pada na ćwierćfalówkę (przy podwójnym przej-

⁶Więcej szczegółów dotyczących spektroskopii nasyceniowej można znaleźć w pozycji [23].

⁷W eksperymencie stosowane są trzy oddzielne układy spektroskopii nasyceniowej: lasera pułapkującego, lasera repompującego oraz lasera master (odpowiedzialnego za wytworzenie fali zanikającej).

 $^{^{8}\}mathrm{Taki}$ kształt płytki zapewnia, że we właściwym kierunku wiązka odbija się tylko od jednej ścianki.

ściu przez ćwierćfalówkę wektor polaryzacji wiązki obraca się o 90°) a następnie na kostkę światłodzielącą, od której jest odbijana w kierunku fotodiody. Sygnał z fotodiody jest obserwowany na oscyloskopie oraz służy do stabilizowania lasera. Dodatkowo, w przypadku układu spektroskopii saturacyjnej repumpera komórka z rubidem jest podgrzewana, w celu zwiększenia prężności par rubidu, przy pomocy dwóch rezystorów. Zwiększenie prężności par rubidu (czyli *de facto* zwiększenie ilości atomów rubidu na jednostkę objętości) powoduje wzrost amplitudy sygnału rejestrowanego przez fotodiodę co zapewnia lepszy stosunek sygnału do szumu. W przypadku stabilizacji lasera repompującego jakość sygnału spektroskopii nasyceniowej jest szczególnie istotna ze względu na niezbyt korzystny kształt linii rezonansowej, do której laser ten jest stabilizowany.

3.3.4 Modulatory akustooptyczne (AOM)

W opisywanym układzie doświadczalnym modulatory akustooptyczne (AOM) spełniają dwojaką rolę. Po pierwsze umożliwiają w niewielkim zakresie (kilkadziesiąt megaherców) płynną zmianę częstotliwości wiązki laserowej w stosunku do jej pierwotnej wartości⁹ (tzw. odstrajanie wiązek od rezonansu). Możliwość zmiany częstotliwości wiązki lasera jest istotna gdyż, co zostało omówione w rozdziale II, w celu chłodzenia atomów wiązka laserowa musi być odstrojona od przejścia atomowego. Po drugie, ze względu na możliwość niewielkiej zmiany kierunku propagacji wiązki, modulatory akustooptyczne umożliwiają bardzo szybkie wyłączanie lub włączenie poszczególnych wiązek laserowych (można "mignąć" wiązką w czasie rzędu 100 μs). Możliwość wyłączania wiązek jest niezbędna w celu umożliwienia chmurze atomów spadku swobodnego w potencjale grawitacyjnym (przed odbiciem od lustra) oraz do "oświetlenia" chmury atomów w celu wykonania zdjęcia.

Jako ciekawostkę warto zaznaczyć, że we wcześniejszej wersji układu doświadczalnego zasłanianie wiązek laserowych odbywało się przy pomocy przesłon mechanicznych. Rozwiązanie to niosło ze sobą pewne niedogodności: po pierwsze przesłony są wolniejsze od AOM-ów (czas "mignięcia" wiązką rzędu 1ms) a co bardziej istotne stosowanie przesłon wywoływało drgania, które bardzo niekorzystnie wpływały na poprawną pracę układu. Alternatywny sposób odstrajania wiązek lasera od przejścia atomowego polegał na umieszczeniu komórki z parami rubidu (wykorzystywanej w spektroskopii nasyceniowej) w polu magnetycznym oraz stabilizowaniu lasera do przesuniętych na skutek efektu Zeemana linii widmowych.

Działanie modulatora akustooptycznego opiera się na dyfrakcji Bragga fali świetlnej na wytworzonej w krysztale biegnącej fali akustycznej. Fala akustyczna wywołuje periodyczne zmiany w gęstości ośrodka. Jako że stała dielektryczna

 $^{^9\}mathrm{B}$ ędącej wynikiem stabilizacji lasera do konkretnego rezonansu w widmie spektroskopi
i nasyceniowej.

ośrodka (a zatem i jego współczynnik załamania światła) zależą od gęstości, w ośrodku zostaje wytworzona siatka dyfrakcyjna, na której rozprasza się światło. Na skutek oddziaływania monochromatycznej wiązki światła z klasyczną siatką dyfrakcyjną, światło może być odbijane w kilku różnych "rzędach dyfrakcji". Analogicznie, w ogólnym przypadku na skutek przejścia światła przez modulator akustooptyczny z urządzenia wychodzi kilka wiązek światła. W dalszej części tego podrozdziału ograniczę się do modulatora mogącego transmitować światło tylko w -1, 0, i 1 rzędzie dyfrakcji (głównie dlatego, że w doświadczeniu wykorzystywano +1 rząd dyfrakcji oraz dlatego, iż transmisja światła przez modulator dla wyższych rzędów jest zazwyczaj mało efektywna). Zerowy rząd dyfrakcji wiąże się z przejściem fali świetlnej przez modulator bez ugięcia na fali akustycznej. Wiązki +1 i -1 rzędu uginane są pod kątami:

$$\Theta_{+1} = \arcsin\left(\frac{2\lambda}{\Lambda}\right) \approx \frac{2\lambda}{\Lambda},$$
(3.1)

$$\Theta_{-1} = -\arcsin\left(\frac{2\lambda}{\Lambda}\right) \approx -\frac{2\lambda}{\Lambda},$$
(3.2)

gdzie Λ -długość fali akustycznej w ośrodku czynnym modulatora, λ -długość fali wiązki światła w ośrodku czynnym modulatora. Okazuje się, że częstotliwości wiązek ugiętych w pierwszym i minus pierwszym rzędzie dyfrakcji różnią się od częstotliwości wiązki padającej na modulator. Można to zrozumieć jako efekt Dopplera towarzyszący odbiciu wiązki od ruchomej powierzchni. Częstotliwość wiązki rzędu +1 wynosi:

$$f_{+1} = f_{swiatla} + f_{akust},\tag{3.3}$$

natomiast wiązka rzędu -1 ma częstotliwość:

$$f_{-1} = f_{swiatla} - f_{akust}.$$
(3.4)

Fala akustyczna wytwarzana jest w krysztale modulatora poprzez przyłożenie doń napięcia zmiennego o wysokiej częstotliwości (takiej jaką ma mieć fala akustyczna w krysztale). Źródłem owego zmiennego napięcia jest przestrajany napięciowo generator wysokiej częstotliwości zwany dalej sterownikiem modulatora akustooptycznego (sterownikiem AOM). Ze względu na specyficzne wymagania stawiane urządzeniu¹⁰ dany sterownik współpracuje poprawnie tylko ze z góry przypisanym mu typem kryształu. Użyte w doświadczeniu sterowniki posiadały funkcję bardzo szybkiego wyzerowania amplitudy sygnału wyjściowego poprzez podanie na specjalne wejście sterownika sygnału cyfrowego (TTL) z karty laboratoryjnej sterującej eksperymentem. To, oraz zastosowanie przesłony blokującej wiązkę zerowego rzędu umożliwiło wykorzystanie AOM-ów jako bardzo szybkich

 $^{^{10}\}mathrm{Konieczność}$ dostarczenia dużej mocy wyjściowej oraz sygnału o niezniek
ształconym kształcie.

przesłon. Możliwy jest taki dobór parametrów pracy układu (m.in. kąt padania wiązki na kryształ, częstotliwość fali akustycznej), iż w pierwszym rzędzie dyfrakcji transmisja układu wynosi 80-90
proc. Na rysunku 3.8 przedstawiono modulator akustooptyczny w konfiguracji podwójnego przejścia stosowany np. w układzie wiązki pułapkującej, natomiast na rysunku 3.9 modulator akustooptyczny w konfiguracji pojedynczego przejścia stosowany w układzie wiązki repumpera. Należy zwrócić uwagę, iż w układzie podwójnego przejścia częstotliwość wiązki zmienia się o $2f_{acust}$ zaś całkowita transmisja układu jest kwadratem transmisji modulatora przy pojedynczym przejściu. W tabeli 3.2 znajdują się parametry każdego z używanych w układzie modulatorów akustooptycznych. Dodatkowych informacji dotyczących modulatorów akustooptycznych można szukać w rozdziale 20 pozycji [24].



Rysunek 3.8: Modulator akustooptyczny w konfiguracji podwójnego przejścia.



Rysunek 3.9: Modulator akustooptyczny w konfiguracji pojedynczego przejścia.

	Wiązka	Model sterownika	Napięcie	Odstrojenie
U			[V]	[MHz]
	pułapkująca	VFF-80-40-V-A-F1.5-E ¹¹	4,64	71MHz (x2)
	repompująca	VFF-110-40-V-B2-V2-E	2.10	92
	obrazująca	VFF-80-40-V-A-F1.5-E	5.45	76 (x2)

Tabela 3.2: Parametry użytych w doświadczeniu modulatorów akustooptycznych.

3.3.5 Cewki kompensujące zewnętrzne pole magnetyczne

W celu kompensacji zewnętrznego (tzn. głównie ziemskiego) pola magnetycznego układ wyposażony został w trzy pary cewek w kształcie prostokątnym. Cewki są tak skonstruowane (duży rozmiar, ten sam kierunek prądu w cewkach danej pary), że w swoim centrum wytwarzają jednorodne pole magnetyczne równoległe do osi łączącej środki prostokątów. Parametry cewek zostały podane w tabeli 3.3.

Kierunek pola	Długość	Odległość między	Liczba	Prąd	Pole magnetyczne
wytwarzanego	boku	cewkami	zwojów	[A]	w centrum cewki
przez cewkę	cewki [cm]	danej pary [cm]			[gauss]
Pionowy	56	27	18	1.11	0.62
Poziomy	65	36	9	3.24	0.72
N-S					
Poziomy	66.5	49.8	9	0.8	0.14
E-W					

Tabela 3.3: Parametry cewek kompensujących zewnętrzne pole magnetyczne.

3.3.6 Komora próżniowa i układ pomp

Użyta w doświadczeniu pułapka magnetooptyczna znajduje się w specjalnej komorze próżniowej o pojemności 1.2 litra, w której (przy włączonym dyspenzerze rubidu) panuje ciśnienie rzędu $3 \cdot 10^{-12}$ bar. Próżnia wytwarzana jest przez układ trzech pomp: pompy turbomolekularnej (firmy Elettrorava model 100/200), pompy rotacyjnej (firmy Leybold model Trivac D2.5E) i pompy jonowej (firmy Physical Electronics). Pompa jonowa oraz rotacyjna pracują cały czas, natomiast pompa turbomolekularna używana jest jedynie podczas uzyskiwania próżni po otwarciu komory (po wstępnym odpompowaniu układu -dzięki obecności zaworupompę tę można całkowicie odinstalować). Ze względu na pewne wady konstrukcyjne uzyskanie odpowiedniej próżni po otwarciu komory trwa około 3 tygodni (planowane jest podjęcie prac mających skrócić ten czas do kilku dni). W komorze znajduje się łącznie 7 okienek - dwa na jej dnach oraz 5 rozmieszczonych na bocznej powierzchni komory (rysunek 3.10). Więcej informacji na temat komory oraz układu próżniowego znaleźć można w pracach [2],[6],[18],[19].



Rysunek 3.10: Schemat układu pomp - widok z boku.

3.3.7 Dyspenzery rubidu

Atomy rubidu uwalniane są do komory próżniowej przez urządzenia zwane dyspenzerami. Używane w eksperymencie dyspenzery rubidu (firmy Saes Getters model RB/NF/3.4/12 FT10 +10) mają postać metalowego pojemnika o przekroju trapezu, wewnątrz którego znajduje się związek chemiczny zawierający rubid. Przez pojemnik przepływa prąd na skutek czego pojemnik, oraz znajdujący się wewnątrz związek, nagrzewa się. Na skutek nagrzewania uwalniane są atomy rubidu, które wydostają się z wnętrza dyspenzera przez szczelinę na jednej ze ścianek. W komorze zainstalowane są dwa dyspenzery połączone szeregowo. Na rysunku 3.12 znajduje się schemat dyspenzera (wymiary zaczerpnięto z [25]).

3.3.8 Cewki gradientowe

Niezbędne do działania pułapki MOT niejednorodne pole magnetyczne o stałym gradiencie jest wytwarzane przez parę okrągłych (280 zwojów, promień 6.6cm) cewek pracujących w układzie podobnym do układu anty-Helmholtza (odległość między cewkami wynosi 8.25cm). Miejsce zerowania się pola magnetycznego (w kierunku pionowym), a zatem i centrum pułapki MOT, może być zmieniane gdyż obie cewki są zasilane niezależnie¹².

¹²Tzn. płynące w nich prądy mogą mieć różne natężenia.



Rysunek 3.11: Komora próżniowa i układ pomp - widok z góry.



Rysunek 3.12: Schemat dyspenzera rubidu.

3.3.9 Pryzmat

Znajdujący się w komorze próżniowej pryzmat, o przekroju poprzecznym w kształcie trapezu, wykonany jest ze szkła N-BK7. Dla światła o długości fali 780nm jego współczynnik załamania ([19]) wynosi n=1,5109¹³. Ściana boczna trapezu nachylona jest względem podstawy o kąt 67.9 °. Długość dolnej podstawy wynosi 42mm a górnej 18mm. Niedoskonałość wykonania pryzmatu (tzw. "płaskość powierzchni") wynosi 40nm (1/20 fali świetlnej o długości 800nm) dla górnej podstawy i 80nm dla ścianek bocznych. Chropowatość RMS pryzmatu wynosi 2nm.



Rysunek 3.13: Schemat pryzmatu użytego w doświadczeniu.

3.3.10 Stosowane w doświadczeniu metody obrazowania

W poniższym paragrafie zostaną opisane metody rejestracji obrazu chmury atomów, bez których układ doświadczalny w praktyce byłby bezużyteczny. Aktualnie w eksperymencie istnieje możliwość stosowania jednej z dwóch metod obrazowania: metody absorbcyjnej lub fluorescencyjnej. Zmiana metody obrazowania wiąże się ze zmianą położenia i ustawienia aparatu fotograficznego. W doświadczeniu użyto monochromatycznego aparatu cyfrowego firmy Apogee Instruments Incorporation, model Alta U32 z matrycą CCD firmy Kodak typ KAF3200. Matryca liczy 2184 x 1472 pikseli¹⁴ o rozmiarze 6.8 x 6.8 mikrometra. Szersze informacje na temat użytej kamery można znaleźć w [26].

Metoda obrazowania fluorescencyjnego

Obrazowanie fluorescencyjne sprowadza się do rejestracji promieniowania rozproszonego przez atomy chmury powstałego w wyniku emisji spontanicznej będącej rezultatem pochłonięcia przez atomy fotonów pochodzących z dostrojonych¹⁵ do rezonansu wiązek pułapkujących. Promieniowanie jest skupiane na matrycy kamery przy użyciu obiektywu o ogniskowej 58mm. W celu rejestracji obrazu chmury, z wykorzystaniem tej metody, wykonuje się dwa zdjęcia. Jedno ze zdjęć przedstawia obrazowaną chmurę, natomiast drugie jest tzw. zdjęciem tła. Zdjęcie tła jest wykonane w takich samych warunkach jak zdjęcie chmury (takie same

 $^{^{13}\}mathrm{W}$ takim przypadku kąt graniczny wynosi 41,44°.

 $^{^{14}3.2~{\}rm Megapiksala}$

¹⁵Przy użyciu odpowiednio ustawionego modulatora AOM.

ustawienia laserów oraz czas naświetlania), jednakże bez obecności chmury¹⁶. Następnie, od zdjęcia chmury odejmowane jest zdjęcie tła (przy użyciu programu MaxIm lub odpowiedniego skryptu programu Mathematica 6.0 firmy Wolfram Research)¹⁷. Procedura odejmowania zdjęć ma na celu wyeliminowanie rozproszeń światła oraz odbłysków powstałych np. na skutek rozpraszania światła na pryzmacie, bloczku mocującym pryzmat itd.

Metoda obrazowania absorpcyjnego

W metodzie absorpcyjnej chmura atomów oświetlona jest słabą wiązką rezonansową o dużej szerokości przestrzennej (większej niż rozmiar chmury). Kamera CCD rejestruje wiązkę obrazującą z widocznym, na skutek absorpcji fotonów przez atomy, "cieniem" chmury. Na podstawie wykonanego zdjęcia chmury (I_{chmury}), a także zdjęcia samej wiązki obrazującej(I_W) oraz zdjęcia tła bez wiązki obrazującej i bez chmury (I_{ta}) można wyliczyć tzw kolumnową gęstość optyczną OD, będącą wynikiem następujących operacji matematycznych wykonanych na zdjęciach:

$$OD = \ln\left(\frac{I_W - I_{ta}}{I_{chmury} - I_{ta}}\right).$$
(3.5)

Wielkość ta umożliwia dokładne oszacowanie liczby atomów tworzących chmurę. Procedura obliczania ilości atomów opiera się na dopasowaniu do wyliczonego "zdjęcia" OD¹⁸ dwuwymiarowego rozkładu Gaussa. Na podstawie parametrów dopasowanej funkcji (istotna jest jej amplituda OD_{max} oraz promienie gaussow-skie σ_x, σ_y) oblicza się liczbę atomów ze wzoru:

$$N = \frac{4I_0 O D_{max} \pi \sigma_x \sigma_y}{\Gamma \hbar \omega_L}.$$
(3.6)

Więcej informacji na temat tej, a także innych metod obrazowania można znaleźć w pracach [18],[22].

3.4 Sterowanie eksperymentem

Do sterowania eksperymentem użyto karty komputerowej ADwin-light-16 komunikującej się z komputerem za pomocą złącza USB a zasilanej ze złącza PCI (w którym to karta jest zamocowana). Karta wyposażona jest w 8 wejść i 2 wyjścia

¹⁶Chmura nie powstaje gdyż wyłączone jest pole magnetyczne cewek kwadrupolowych a wiązki lasera włączane są jedynie na czas zdjęcia.

¹⁷Wykonywanie odejmowania (a także innych operacji matematycznych) na zdjęciach jest możliwe, gdyż każdy z pikseli zarejestrowanego przez kamerę zdjęcia opisany jest liczbą proporcjonalną do natężenia światła padającego w danym miejscu na matrycę CCD. Zatem odejmowanie zdjęć sprowadza się do odejmowania liczb opisujących konkretne piksele.

 $^{^{18}}$ Należy pamiętać, że z matematycznego punktu widzenia OD jest dwuwymiarową tablicą liczb.

analogowe oraz 6 wejść i 6 wyjść cyfrowych (TTL 5V). Wyjścia cyfrowe służą do sterowania migawką aparatu fotograficznego oraz włączania i wyłączania modulatorów akustooptycznych (sygnał TTL) i cewek gradientowych¹⁹. Wyjścia analogowe służą do podawania odpowiednich napięć na sterowniki modulatorów akustooptycznych²⁰. Od strony programowej za sterowanie eksperymentem odpowiada program napisany w języku ADbasic (dialekt języka Basic umożliwiający obsługę karty komputerowej). Kod źródłowy programu używanego w doświadczeniu, którego autor niniejszej pracy jest jedynie współautorem, znajduje się w załączniku C. Na rysunku 3.14 została przedstawiona przykładowa sekwencja czasowa wykorzystywana w obrazowaniu fluorescencyjnym.



Rysunek 3.14: Obrazowanie fluorescencyjne - przykładowa sekwencja czasowa.

¹⁹Przy użyciu kluczy elektronicznych.

 $^{^{20}\}mathrm{Tam}$ gdzie jest konieczna zmiana napięcia w trakcie wykonywania pomiaru.

Rozdział 4

Wyniki

4.1 Potencjał działający na atomy przy powierzchni pryzmatu

Na skutek całkowitego wewnętrznego odbicia wiązki lasera wewnątrz pryzmatu na jego powierzchni powstaje fala zanikająca, tworząca dipolowe lustro optyczne. Na atomy rubidu znajdujące się w pobliżu lustra (tzn. na odległościach rzędu pojedynczych mikrometrów) działają dwie siły: siła dipolowa, pochodząca od fali zanikającej oraz siła van der Waalsa, związana z oddziaływaniem z atomami pryzmatu. Wypadkowy potencjał, w jakim poruszają się atomy, jest efektem działania tych dwóch sił. Dla ścisłości należy zaznaczyć, że atomy poruszają się także w potencjale grawitacyjnym, jednakże jego wpływ (w porównaniu z przyczynkami pochodzącymi od siły dipolowej oraz siły vdW) na wypadkowy potencjał w pobliżu powierzchni lustra jest znikomy. Natomiast dla większych odległości od powierzchni pryzmatu¹ atomy poruszają się de facto tylko w potencjale grawitacyjnym. Trzeba też podkreślić, że to właśnie potencjał grawitacyjny odpowiada za nadanie atomom specyficznej energii kinetycznej z jaką chmura uderza w lustro².

4.1.1 Pomiar promieni gaussowskich wiązki lasera

W celu obliczenia rozkładu natężenia fali zanikającej konieczna jest znajomość rozmiaru wiązki lasera padającej na powierzchnię pryzmatu. Aby dokonać niezbędnych pomiarów przy pomocy płytki światłodzielącej (szkiełko mikroskopowe) odchylono wiązkę lasera w kierunku kamery³, umieszczonej w takiej samej odległości od płytki światłodzielącej jak górna powierzchnia pryzmatu. Następnie

¹Chmura spada z wysokości kilku milimetrów.

²Energia ta jest zależna od wysokości z jakiej chmura opada na pryzmat.

 $^{^{3}}$ Użyto kamery Apogee Alta - tej sama, którą fotografowano ch
mury atomów.

kilkakrotnie wykonano zdjęcie wiązki. Na każdym z wykonanych zdjęć widać dwie plamki, gdyż światło wiązki odbijało się od dwóch powierzchni szkiełka mikroskopowego. Celem uniknięcia przesycenia kamery, w trakcie wykonywania zdjęć, wiązka była osłabiona przez kilka filtrów, a także poprzez ustawienie wektora polaryzacji wiązki⁴ prostopadle do osi polaryzatora⁵. Do zdjęć dopasowywano dwuwymiarowy rozkład Gaussa:

$$Y = Y_0 + Amp \cdot \exp\left(\frac{-2(x-x_0)^2}{\sigma_x^2}\right) \cdot \exp\left(\frac{-2(y-y_0)^2}{\sigma_y^2}\right).$$
(4.1)



Rysunek 4.1: Natężenie wiązki wraz z dopasowaną funkcją. Widok 3D.

Jak widać z rysunków 4.1,4.2, kształt wiązki odbiega od kształtu dwuwymiarowej funkcji Gaussa. W tabeli 4.1 zebrano wszystkie wyniki⁶ bez podawania błędów, jako że oszacowane (na podstawie parametrów dopasowania) błędy są nikłe w porównaniu z rozmiarami plamki (nie przekraczają 1 μ m). Po analizie wszystkich zdjęć okazuje się, że w jednym kierunku oszacowane promienie gaussowskie dla obu plamek pokrywają się bardzo dobrze, natomiast w drugim kierunku (tym bardziej - co widać na przekroju poprzecznym- "zniekształconym") rozmiary nieznacznie się różnią. Trzeba przy tym zaznaczyć, iż dla plamki, której jeden z promieni był większy, widoczne były wyraźnie ślady prążków interferencyjnych.

⁴Wektor polaryzacji zmienia się przez obrót płytki półfalowej.

 $^{^5 \}mathrm{U}$ kład półfalówki i polaryzatora służył do zmiany mocy wiązki wytwarzającej falę zanikającą.

 $^{^{6}}$ Wyniki w mikrometrach wyliczono uwzględniając rozmiar piksela $6.8 \mu m \ge 6.8 \mu m.$



Rysunek 4.2: Natężenie wiązki wraz z dopasowaną funkcją. Przekroje poprzeczne.

Co więcej plamka ta była też gorzej widoczna (zarejestrowano mniejsze natężenie światła). Przykładowe zdjęcie obu plamek przedstawia rysunek 4.3 .



Rysunek 4.3: Zdjęcie plamek przedstawiające wiązkę lasera odbitą od przeciwległych boków płytki światłodzielącej.

	Pierwsza Plamka		Druga Plamka	
L.P	Promień X $[\mu m]$	Promień Y $[\mu m]$	Promień X $[\mu m]$	Promień Y $[\mu m]$
1	319	422	319	440
2	317	426	315	439
3	334	416	333	437
4	323	430	323	447

Tabela 4.1: Dane służące do wyznaczenia rozmiarów wiązki lasera.

Autorowi niniejszej pracy wydaje się rozsądne, by za promienie gaussowskie wiązki lasera przyjąć wartości średnie⁷, a jako błąd przyjąć 10% otrzymanego wyniku. Autor zdaje sobie przy tym sprawę, iż błąd został przyjęty dość arbitralnie, jednakowoż należy pamiętać, że zastosowana metoda pomiarowa obarczona jest dodatkowym błędem wynikłym choćby z niedokładności ustawienia kamery.

 $^{^7 {\}rm \acute{S}rednia}$ z odpowiednich promieni obu plamek na wszystkich 4 zdjęciach.

Ostatecznie, na potrzeby niniejszej pracy przyjęto, iż rozmiary plamki wynoszą:

$$\sigma_x = (323 + 32)\mu m, \tag{4.2}$$

$$\sigma_y = (432 + 43)\mu m. \tag{4.3}$$

4.1.2 Natężenie fali zanikającej przy powierzchni pryzmatu

Znając moc lasera i promienie gaussowskie wiązki oraz uwzględniając straty na elementach optycznych pomiędzy miejscem zmierzenia mocy a górną podstawą pryzmatu, można znaleźć rozkład natężenia fali zanikającej nad górną ścianką pryzmatu. Okazuje się, że maksymalna moc lasera (mierzona za polaryzatorem, schemat na rysunku 4.4) wynosi około $I_0 = 29mW$. Zmierzono, że na soczewce i złotym zwierciadle, wiązka traci 7 % mocy. Oszacowano też, iż na elementach komory oraz na pryzmacie wiązka traci 12% (po 4% straty mocy wiązki na obu "podstawach" szklanego dna komory oraz przy przejściu wiązki z próżni do pryzmatu - zatem transmisja wynosi $0.96^3 = 0.8847 \approx 88\%$). Łącznie oznacza to stratę rzędu $W_{strat} = 20\%$. Na podstawie znajomości czynników wzmocnienia



Rysunek 4.4: Miejsce pomiaru mocy wiązki wytwarzającej falę zanikającą.

fali zanikającej (dla kąta⁸ 44° czynniki te wynoszą $T_{TM} = 5.02, T_{TE} = 2.44$) natężenie fali EW (tuż przy powierzchni pryzmatu) można wyrazić jako:

$$I_{EW}(x,y) = I_o \cdot W_{strat} \cdot T_{TM(TE)} \cdot \exp\left(\frac{-2x^2}{\sigma_x^2}\right) \cdot \exp\left(\frac{-2y^2}{\left(\frac{\sigma_y^2}{\cos[44^o]^2}\right)}\right).$$
(4.4)

⁸Jest to typowy, w przeprowadzonym doświadczeniu, kąt padania wiązki lasera na pryzmat.

Rysunek 4.5 przedstawia wykres natężenia fali zanikającej tuż przy powierzchni pryzmatu dla dwóch polaryzacji wiązki lasera przy wcześniej opisanych warunkach. Warto podkreślić, iż natężenie fali zanikającej jest większe, gdy padająca wiązka lasera ma polaryzację TM. Wraz z oddalaniem się od powierzchni pry-



Rysunek 4.5: Rozkład natężenia fali zanikającej tuż nad powierzchnią pryzmatu.

zmatu natężenie fali zanikającej maleje zgodnie ze wzorem:

$$I = I_{EW}(x, y) \cdot Exp\left(\frac{-2z}{d}\right).$$
(4.5)

Dla rozważanych w tym punkcie warunków głębokość wnikania wynosi $d=390[\mu m]$. Zależność natężenia w funkcji odległości od pryzmatu (przypadek maksymalnego natężenia $I_{EW}(0,0)$) przedstawia rysunek 4.6



Rysunek 4.6: Natężenie fali zanikającej w funkcji odległości od pryzmatu.

4.1.3 Potencjał dipolowy działający na atomy rubidu

Jak widać z rysunków 4.5,4.6 a także ze wzorów 4.4,4.5 wytworzona nad prymatem fala zanikająca charakteryzuje się znacznym gradientem natężenia. Zgodnie ze wzorami 2.33,2.35 występowanie fali elektromagnetycznej⁹ o znacznym gradiencie pola elektrycznego jest równoważne z występowaniem dużej siły dipolowej, działającej na atomy poruszające się w polu tejże fali. Po uwzględnieniu struktury nadsubtelnej stanu wzbudzonego okazuje się, że potencjał w jakim poruszają się atomy rubidu przyjmuje następującą postać [2]:

$$U_{F,m}^{dip}(x,y,z) = (2J'+1)\frac{3}{4}\frac{\Gamma\pi c^2}{\omega_0^3}I(x,y,z)\sum_{F'}\frac{|C_{F,m,F',m}|}{\delta_{FF'}},$$
(4.6)

gdzie I(x,y,z) jest natężeniem światła (fali zanikającej), ω_0 częstością przejścia, Γ szerokością przejścia, $\delta_{FF'}$ odstrojeniem częstości fali zanikającej od przejścia $F \Rightarrow F'$. $|C_{F,m,F',m}|$ są współczynnikami zależnymi jedynie od pewnych liczb kwantowych i mogą być policzone np. przy użyciu programu Mathematica 6 firmy Wolfram Research wg poniższego wzoru¹⁰:

$$|C_{F,m,F',m}|^2 = (2F'+1)(2F+1)(2J+1) \left| \left\{ \begin{array}{ccc} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{array} \right\} \left(\begin{array}{ccc} F' & 1 & F \\ m & 0 & -m \end{array} \right) \right|^2.$$
(4.7)

W powyższym wzorze wyrażenie w nawiasie klamrowym oznacza wartość symbolu 6j a w nawiasie zwykłym wartość symbolu 3j Wignera, litera I wewnątrz symbolu 6j oznacza zaś spin jądra. W celu znalezienia analitycznej funkcji opisującej potencjał ze wzoru 4.6, autor niniejszej pracy sporządził skrypt w programie Mathematica 6. Kod źródłowy tego skryptu znajduje się w załączniku 1. Dodatkowo skrypt umożliwia znalezienie postaci wypadkowego potencjału (tzn. $U_{dip}+U_{vdW}$), przy czym przyjęto, iż potencjał van der Waalsa ma postać opisaną wzorem 2.84

$$U_{vdW}/(\hbar\Gamma) = -\frac{150 \cdot 10^{-6}}{z^3 [\mu m^3]}.$$
(4.8)

Na rysunku 4.8 jest przedstawiony potencjał działający na atomy rubidu w funkcji odległości od powierzchni lustra dipolowego dla centrum lustra¹¹.

⁹Której częstość zbliżona jest do częstości przejścia atomowego.

 $^{^{10}}$ Są to współczynniki Clebscha-Gordana łączące dany element macierzowy z odpowiadającym mu zredukowanym elementem macierzowym.

¹¹Tzn. dla miejsca na pryzmacie, dla którego natężenie padającej wiązki jest największe $I(x, y) = I_{max} = I(0, 0).$



Rysunek 4.7: Potencjał działający na atomy rubidu w funkcji odległości od pryzmatu. Wykres sporządzono dla wiązki lasera o polaryzacji TM (mocy 20mW) odstrojonej o 2.5GHz od przejścia atomowego , której kąt padania wynosił 43°.

4.2 Typowa temperatura chmury atomów po wypuszczeniu z melasy

W celu ustalenia temperatury¹² chmury atomów po wypuszczeniu z melasy dokonano pomiaru metodą czasu przelotu (TOF) [27],[18]. Otrzymano następujące wartości:

$$T_x = (29.924 \pm 0.003)\mu K,$$

$$T_z = (22.53 \pm 0.03) \mu K.$$



Rysunek 4.8: Ekspansja termiczna chmury. Na wykresie przedstawiono kwadrat szerokości połówkowej chmury w zależności od kwadratu czasu.

 $^{^{12}}$ Ściśle rzecz ujmując w tym przypadku wielkość nazwana "temperaturą" jest jedynie parametrem określającym rozkład prędkości w chmurze.

4.3 Powierzchnia lustra dipolowego

4.3.1 Energia kinetyczna atomów ⁸⁵Rb przy powierzchni pryzmatu

Rozważmy atom rubidu spadający z wysokości h licząc od powierzchni pryzmatu. To, czy atom odbije się od lustra dipolowego, zależy od energii kinetycznej atomu w chwili dotarcia do powierzchni pryzmatu. Jeśli energia kinetyczna atomu jest mniejsza niż wysokość bariery potencjału atom odbije się od tejże bariery, w przeciwnym przypadku atom uderzy w pryzmat¹³. Energia kinetyczna atomu w chwili dotarcia do pryzmatu zależy głównie od wysokości z jakiej atom spada:

$$E_{kin} = m \cdot g \cdot h, \tag{4.9}$$

gdzie *m*- masa atomu rubidu, *g*- przyspieszenie ziemskie, *h*- wysokość z jakiej spada atom. Drugim czynnikiem wpływającym na energię kinetyczną atomów jest temperatura do jakiej została schłodzona chmura w pułapce MOT. Jak wiadomo, związek miedzy temperaturą a średnią energią kinetyczną cząstek na stopień swobody ma postać:

$$\frac{k_B T}{2} = \frac{mV^2}{2} = E_{kinT}.$$
(4.10)

Na skutek posiadania przez atomy (w momencie wypuszczenia z pułapki) pewnej prędkości początkowej związanej z temperaturą, atomy uzyskają dodatkową energie kinetyczna. Ponadto, w celu oszacowania energii kinetycznej rzeczywistych atomów, należy zwrócić uwage na rozmiar chmury. Jako wysokość, z której spadają atomy przyjmuje się odległość środka chmury od pryzmatu. Uzasadnieniem takiego wyboru jest choćby to, iż w centrum chmury znajduje się najwięcej atomów. Jednak jeśli chmura atomów, której środek jest oddalony od pryzmatu o odległość h, ma średnicę d to wysokość początkowa atomów znajdujących się w najniższej części chmury wynosi $h - \frac{d}{2}$ zaś atomów z najwyższej części chmury $h + \frac{d}{2}$. Aby oszacować wpływ poszczególnych przyczynków do średniej energii kinetycznej można rozważyć następujący przykład¹⁴: centrum chmury znajduje się na wysokości 2mm nad powierzchnią pryzmatu, średnica chmury (zmierzona na podstawie zdjęcia chmury w pułapce MOT) wynosi 0.6 mm a temperatura atomów w chmurze około 20 μK . Energia kinetyczna pojedynczego atomu odległego o 2mm od pryzmatu wynosi: $0,71/(\hbar\Gamma)$. Energia kinetyczna "związana" z temperatura: $0, 03/(\hbar\Gamma)$. Różnica między energią atomu z centrum chmury a energia atomu z dolnej/górnej części chmury: $0, 11/(\hbar\Gamma)$.

4.3.2 Efektywna powierzchnia lustra dipolowego

Obszar nad powierzchnią pryzmatu, od którego zostaje odbity atom o zadanej energii kinetycznej nazywamy efektywną powierzchnią lustra. Obszar ten przyj-

¹³W rozumowaniu tym pomijam możliwość zaistnienia tzw. odbicia kwantowego.

 $^{^{14}\}mathrm{Podane}$ tu parametry ch
mury są zbliżone do typowych wartości występujących w eks
perymencie.

muje kształt elipsy. Okazuje się, że dla danej energii kinetycznej efektywna powierzchnia lustra jest proporcjonalna do logarytmu naturalnego z mocy wiązki wytwarzającej falę zanikającą [1]:

$$S = S_0 \ln \frac{I}{I_0}.$$
 (4.11)

Aby sprawdzić tę zależność, autor niniejszej pracy sporządził skrypt w programie Mathematica 6 (kod źródłowy w załączniku 2). Działanie skryptu, sprowadzało się do wyznaczenia obszaru (na podstawie wyznaczenia dwóch promieni elipsy), dla którego całkowity potencjał działający na atomy jest większy od zadanej energii kinetycznej atomów (związanej z początkową wysokością chmury). Efektywna powierzchnia lustra dipolowego została, przy pomocy skryptu, wyliczona dla różnych mocy wiązki lasera wytwarzającego falę zanikającą. Następnie do otrzymanego wykresu, celem potwierdzenia zależności 4.11, została dopasowana funkcja logarytmiczna:

$$Y = a\ln(b \cdot X). \tag{4.12}$$

Wyniki opisanej wyżej symulacji, potwierdzającej słuszność wzoru 4.11, zostały przedstawione na wykresie 4.9.



Rysunek 4.9: Efektywna powierzchnia lustra dipolowego w funkcji mocy wiązki wytwarzającej falę zanikającą. Symulacja dla następujących parametrów: wysokość chmury 4mm, odstrojenie wiązki od rezonansu 800MHz, kąt padania wiązki 42 °, polaryzacja TM.

4.4 Wyrażenie na liczbę odbitych atomów

Jeśli w chwili dotarcia do lustra chmura atomów jest znacznie większa od powierzchni lustra to liczba odbitych od lustra atomów jest proporcjonalna do jego powierzchni. W przeprowadzonym doświadczeniu warunek ten został spełniony. Dowodzi tego następujące rozumowanie. Jak widać z rysunku 4.9 maksymalna powierzchnia lustra nie przekracza $10^6 \mu m^2$, można więc oszacować, że średnica lustra jest rzędu setek mikrometrów. Już w chwili wypuszczenia z melasy optycznej, zmierzona średnica chmury ma wartość tego samego rzędu (zazwyczaj około 0.5mm). Trzeba przy tym pamiętać, że na skutek ekspansji termicznej przed dotarciem do powierzchni lustra średnica chmury jeszcze się powiększy. Mając na uwadze wzór 4.11 stosunek liczby odbitych atomów w stosunku do liczby atomów w chmurze przed odbiciem można wyrazić jako:

$$\frac{N_{odb}}{N_{pad}} = B \ln \frac{I}{I_0} = B \ln I - B \ln I_0 = B \ln I + A.$$
(4.13)

Zatem jeśli do wykresu przedstawiającego liczbę odbitych atomów w funkcji logarytmu naturalnego z mocy wiązki zostanie dopasowana funkcja liniowa:

$$Y = A + BX, \tag{4.14}$$

to na podstawie znajomości parametrów tejże funkcji można obliczyć moc progową I_0 :

$$A = -B\ln I_0, \tag{4.15}$$

$$I_0 = \exp\frac{-A}{B}.\tag{4.16}$$

4.5 Obliczanie liczby odbitych atomów w obrazowaniu fluorescencyjnym

4.5.1 Metoda dopasowania dwuwymiarowej funkcji Gaussa

Liczbę atomów w chmurze można relatywnie prosto obliczyć dysponując zdjęciem chmury wykonanym w technice obrazowania absorpcyjnego, korzystając ze wzoru 3.6. Okazuje się jednak, iż czułość metody obrazowania absorpcyjnego jest znacznie mniejsza niż czułość metody fluorescencyjnej. Oznacza to, że metoda fluorescencyjna umożliwia rejestrację chmur złożonych ze znacznie mniejszej liczby atomów. Z uwagi na to, że w doświadczeniu wykonywano zdjęcia chmur przy bardzo małym natężeniu fali zanikającej (chmury te zawierały więc mało atomów) w trakcie zbierania danych korzystano z metody obrazowania fluorescencyjnego. Niestety, obliczenie ilości atomów w chmurze na podstawie zdjęcia wykonanego metodą obrazowania fluorescencyjnego jest trudne. Jednakże korzystając ze zdjęcia wykonanego techniką obrazowania fluorescencyjnego można łatwo znaleźć wielkość proporcjonalną do liczby atomów w chmurze. Powyższe ograniczenie nie stanowi jednak problemu, ponieważ w niniejszej pracy ważny jest stosunek ilości odbitych atomów do ilości atomów wchodzących w skład chmury przed odbiciem (zatem w stosunku współczynnik proporcjonalności się zredukuje). W metodzie fluorescencyjnej, w celu znalezienia wyrażenia opisującego ilość atomów stanowiących chmurę, analogicznie do metody stosowanej przy obrazowaniu absorpcyjnym, należy do zdjęcia chmury dopasować dwuwymiarowy rozkład Gaussa:

$$F = F_0 + Amp \cdot \exp\left(\frac{-(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2}\right) \cdot \exp\left(\frac{-(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right).$$
 (4.17)

Liczba atomów w chmurze wyraża się wtedy wzorem:

$$N_{chmury} = C \cdot Amp \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y, \tag{4.18}$$

gdzie C - stała proporcjonalności. Z matematycznego punktu widzenia, liczba atomów jest proporcjonalna do objętości zawartej pod krzywą Gaussa. Intuicyjne wyjaśnienie powyższej zależności jest następujące: kamera rejestruje natężenie światła¹⁵ emitowanego na skutek fluorescencji, a owo natężenie jest proporcjonalne do ilości atomów w chmurze.

4.5.2 Niedoskonałości metody dopasowania Gaussianu

Z czysto praktycznego punktu widzenia, w przeprowadzonym eksperymencie badano zależność liczby odbitych atomów od natężenia fali zanikającej¹⁶. W tym celu zmieniano moc, padającej na pryzmat, wiązki lasera przy pomocy płytki półfalowej i polaryzatora. Dla każdej mocy wiązki wykonywano serię 8-12 zestawów zdjęć metodą fluorescencyjną. W skład danego zestawu wchodziło zdjęcie chmury przed odbiciem (tzw. zdjęcie referencyjne), zdjęcie odbitej chmury oraz zdjęcie tła. Po odjęciu zdjęcia tła od zdjęcia chmury dokonywano uśrednienia zdjęć z danej serii oraz próbowano wyznaczyć liczbę atomów wchodzących w skład chmury na podstawie dopasowania dwuwymiarowej funkcji Gaussa. Okazuje się jednak, iż tego typu metoda pomiarowa, może wprowadzać przekłamania w rezultatach przy analizie zdjęć wykonanych dla małej mocy fali zanikającej. Powodem tego problemu jest niedoskonałość dopasowania funkcji Gaussa.

Jak wynika z rysunków 4.10,4.11,4.12, przedstawiających przekroje poprzeczne chmury (niebieskie kropki - punkty pomiarowe, czerwona linia - dopasowana funkcja Gaussa), dla mocy wiązki 10.5 mW dopasowana funkcja Gaussa wyraźnie odbiega od punktów pomiarowych, natomiast dla mocy 8mW punkty pomiarowe nie układają się w kształt funkcji Gaussa (punkty układają się w wykres funkcji niesymetrycznej oraz poszerzonej przy podstawie). Innym argumentem ukazującym niedoskonałości tej metody jest wykres 4.13 ukazujący ilość odbitych atomów w funkcji mocy wiązki. Z wykresu widać, że dla małych mocy wiązki (4 ostatnie punkty) układ punktów eksperymentalnych zaczyna odbiegać od oczekiwanej liniowości. Co więcej, można wysnuć hipotezę , że dla małych mocy punkty układają się w sposób chaotyczny (wraz ze spadkiem mocy najpierw zależność szybko

¹⁵A więc ilość emitowanych fotonów.

¹⁶Osobno dla dwóch polaryzacji TM i TE oraz dla różnych wysokości z jakich spadała chmura.



Rysunek 4.10: Dopasowanie funkcji Gaussa. Moc wiązki lasera 27mW, polaryzacja TM. Zdjęcie chmury uśrednione po 8 zdjęciach.



Rysunek 4.11: Dopasowanie funkcji Gaussa. Moc wiązki lasera 10.5mW, polaryzacja TM. Zdjęcie chmury uśrednione po 8 zdjęciach.



Rysunek 4.12: Dopasowanie dwuwymiarowej funkcji Gaussa. Moc wiązki lasera 8mW, polaryzacja TM. Zdjęcia chmury przed dopasowaniem funkcji Gaussa uśredniane po 8.

rośnie by spaść przy ostatnim punkcie). Aby potwierdzić tę hipotezę autor postanowił podzielić pełną serię pomiarową (8 zdjęć)na dwie mniejsze serię (po 4 zdjęcia) i osobno dla każdej z nich wykonać odpowiedni wykres. Wykres 4.14 potwierdza postawioną hipotezę - dla małych mocy wiązki wyniki z obu serii nie są ze sobą skorelowane. Na podstawie przemyśleń przedstawionych w kończącym



Rysunek 4.13: Procentowo wyrażona liczba odbitych atomów w funkcji mocy wiązki. Obliczenia na podstawie dopasowania, do zdjęć chmury, funkcji Gaussa.

się podpunkcie autor tejże pracy postanowił podjąć próbę wdrożenia dodatkowej, wolnej od wyżej wymienionych wad, metody analizy zdjęć.



Rysunek 4.14: Liczba odbitych atomów w funkcji mocy wiązki. Porównanie dwóch serii pomiarów.

4.5.3 Metoda sumacyjna

Jak zostało powiedziane w rozdziale 4.5.1, ilość atomów w chmurze jest proporcjonalna do objętości zawartej pod dwuwymiarowym wykresem natężenia światła zarejestrowanego przez aparat. Wg autora tejże pracy wydaje się rozsądnym by, znając problem z dobrym dopasowaniem funkcji Gaussa, spróbować policzyć objętość pod wykresem wprost, poprzez zsumowanie przyczynków od poszczególnych pikseli zdjęcia. W ten sposób uzyskuje się wielkość (zwaną w dalszej części pracy sumą pikseli) proporcjonalną do sumarycznego natężenia światła rejestrowanego przez matrycę kamery¹⁷, które to natężenie jest proporcjonalne do ilości atomów w chmurze. Wg autora, metoda ta powinna dawać bardziej wiarygodne wyniki dla mniejszych natężeń wiązki czyli tam, gdzie dopasowanie dwuwymiarowej funkcji Gaussa jest nieodpowiednie.

4.5.4 Uśrednianie wyników w metodzie sumacyjnej

W przeciwieństwie do metody z dopasowaniem dwuwymiarowej funkcji Gaussa, w metodzie sumacyjnej obliczenia sumy pikseli dokonuje się dla każdego zdjęcia¹⁸ z danej serii z osobna. Jako że dla każdego zdjęcia przedstawiającego odbitą chmurę atomów zostało wykonane zdjęcie referencyjne, znając sumy pikseli dla tych dwóch zdjęć można obliczyć ich stosunek mówiący o procentowej liczbie odbitych atomów. Końcowy wynik ustala się licząc średnią poszczególnych wyników danej serii. Jako błąd wyniku przyjmuje się odchylenie standardowe od wartości średniej¹⁹.

4.5.5 Niedoskonałości metody sumacyjnej

Niestety, zaproponowana metoda także posiada pewną niedoskonałość, z której istnienia autor pracy zdaje sobie sprawę. Otóż przewagą dopasowania funkcji Gaussa i liczenia natężenia światła emitowanego przez chmurę z parametrów dopasowania jest eliminacja tła będącego, w znacznej części, skutkiem rejestracji promieniowania pochodzącego z innych źródeł niż fluorescencja chmury (np. odbicia wiązek od okienek komory lub rozproszenia na krawędziach pryzmatu). Co prawda przed dokonaniem operacji sumowania wartości poszczególnych pikseli wykonywane jest odejmowanie zdjęcia tła od zdjęcia chmury (przez co wpływ promieniowania pochodzącego z większości innych niż chmura źródeł powinien zostać zniwelowany) jednakże rozproszenia promieniowania mogą być nieco inne dla każdego z odejmowanych zdjęć. Przykładowo na rysunku 4.15 widać wyraźnie zarysowaną górną krawędź pryzmatu. Aby ograniczyć wpływ promieniowania nie pochodzącego z fluorescencji, a w szczególności będącego efektem rozpraszania światła na krawędzi pryzmatu, przed wykonaniem procedury sumowania zadbano o odpowiednie kadrowanie zdjęć. Dla porządku trzeba zaznaczyć, że także

 $^{^{17}}$ Ściślej przez fragment matrycy rejestrujący obraz ch
mury - zdjęcie chmury należy wszak odpowiednio wykadrować.

¹⁸Tzn. po odjęciu od zdjęcia chmury odpowiadającego mu zdjęcia tła.

 $^{^{19}\}mathrm{Oraz}$ stały błąd0.3%, którego pochodzenie opisano w 4.5.5.

4.5. OBLICZANIE LICZBY ODBITYCH ATOMÓW W OBRAZOWANIU FLUORESCENCYJNYM



Rysunek 4.15: Przykładowe zdjęcie odbitej chmury (po odjęciu tła). Oprócz chmury, wyraźnie widoczne są odbicia światła np. od śrubki mocującej bloczek lub od pryzmatu.

sama kamera może generować na zdjęciach pewien szum 20 .

W celu przeprowadzenia analizy wpływu wspomnianych niekorzystnych czynników na wynik sumowania, autor pracy przeprowadził następujące rozumowanie. Jeśli przypadkowe rozproszenia oraz szum kamery są widoczne także na zdjęciach tła to należy wziąć dwa różne (choć wykonane w podobnych warunkach) zdjęcia tła, odjąć je od siebie wykadrować (do tego samego obszaru jaki wykorzystuje się przy obórce zdjęcia z chmurą) i zsumować wartości poszczególnych pikseli. Otrzymany wynik, który jest miarą dodatkowego błędu metody eksperymentalnej, należy porównać z wynikiem opisującym liczbę odbitych atomów. Należy się przy tym spodziewać, iż wspomniany błąd będzie zaniedbywalny przy analizie zdjęcia referencyjnego (chmura przed odbiciem) a stosunkowo duży wpływ na obliczoną liczbę odbitych atomów może mieć jedynie dla małych natężeń fali zanikającej. Okazuje się, że poprawka na tło wynosi około $\pm 0.3\%$. Ponadto, poprawka ta może przyjmować zarówno dodatnie jak i ujemne wielkości. Reasumując, w omawianej metodzie jako błąd pomiaru liczby odbitych atomów przyjęto 0.3% plus błąd ze średniej.

4.5.6 Porównanie obu omawianych metod

Jako że do analizy uzyskanych danych pomiarowych mogą być stosowane obydwie metody pomiarowe, pojawia się możliwość porównania otrzymanych wyników oraz, przynajmniej częściowo, potwierdzenia poprawności działania metody

 $^{^{20}{\}rm W}$ celu redukcji tego efektu kamera jest fabrycznie wyposażona w układ chłodzenia oparty na module Peltiera i czterech wiatraczkach.

sumacyjnej. W tym paragrafie, dla celów porównawczych, zostanie przedstawiona analiza danych zebranych w dniu 12 V 2009 roku (wysokość środka chmury 4,3 mm, odstrojenie 300MHz). Jak wynika z rysunków 4.16,4.17 oraz z tabeli

Polaryzacja	Procent odbitych atomów	Procent odbitych atomów	
	Metoda dopasowania funkcji Gaussa	Metoda sumacyjna	
TM	$1,23\pm0,18$	$1,12{\pm}0,29$	
TE	$2,92{\pm}0,50$	$3,29{\pm}0,63$	

Tabela 4.2: Porównanie metod obliczeniowych.



Rysunek 4.16: Polaryzacja TM, porównanie metod.

4.2 wyniki uzyskane oboma metodami pokrywają się w granicach swych błędów, co może świadczyć o poprawności obliczeń metodą sumacyjna. Ponadto z analizy rysunków 4.16,4.17 wynika, że metoda sumacyjna daje procentowo nieco mniejsze wyniki. Autor niniejszej pracy zauważył bardzo niezwykłą prawidłowość: iloraz wyniku uzyskanego metodą sumacyjną i metodą dopasowania funkcji Gaussa jest stały. Innymi słowy jeśli wszystkie wyniki (dla wszystkich wartości mocy wiąz-ki) metody sumacyjnej zostaną pomnożone przez pewien stały czynnik²¹ (dla TM - 1,1716 ,dla TE - 1,1306) to zostaną odtworzone wyniki metody dopasowania Gaussianu. Jak widać czynnik wiążący wyniki obu metod jest podobny dla obu polaryzacji. Okazuje się, iż tego typu multiplikatywna zależność występuje także dla innych zestawów danych (jednakże wtedy czynnik wiążący wyniki

²¹Będący stosunkiem wyników obu metod dla najwyższej mocy wiązki.


Rysunek 4.17: Polaryzacja TE, porównanie metod.

obu metod jest inny). Autor przypuszcza, iż wartość czynnika wiążącego zależy więc od wykadrowania zdjęcia przy obliczaniu ilości atomów metodą sumacyjną. "Multiplikatywna" zależność między wynikami obu metod może wydawać się



Rysunek 4.18: Wykres obrazujący multiplikatywny charakter zależności między wynikami obu metod.

zaskakująca, jednakże jest bardzo korzystna z punktu widzenia równoważności rezultatów końcowych (tzn. wyliczenia I_0). Okazuje się bowiem, że pomnożenie

wzoru 4.13 przez stały czynnik S nie wpływa na wartość $I_0\colon$

$$SY = SB \ln \frac{I}{I_0} = SB \ln I - SB \ln I_0 = SB \ln I + SA,$$
(4.19)

$$I_0 = \exp\frac{-SA}{SB} = \exp\frac{-A}{B}.$$
(4.20)

4.6 Pomiar kąta padania wiązki oraz początkowego położenia chmury

W celu porównania rezultatów doświadczenia²² z przewidywaniami teoretycznymi konieczna jest znajomość kąta, pod jakim wiązka (wytwarzająca falę zanikającą) pada na górną powierzchnię pryzmatu, oraz początkowej wysokości z jakiej chmura atomów opada na pryzmat. W celu znalezienia tych wielkości, przy użyciu kamery przemysłowej oraz komputerowej karty telewizyjnej, wykonano zdjęcie chmury atomowej znajdującej się w pułapce MOT, oraz zdjęcie wiązek propagujących w pryzmacie. Przykładowe zdjęcia przedstawia rysunek 4.19. Aby



Rysunek 4.19: Po lewej przykładowe zdjęcie używane w celu wyznaczenia kąta padania wiązki. Po prawej przykładowe zdjęcie wykorzystywane do wyznaczenia wysokości z jakiej opadała chmura atomów.

wyznaczyć wysokości z jakiej opada chmura, na podstawie znajomości długości górnej krawędzi pryzmatu (18mm) znaleziono rozmiar pojedynczego piksela, a dzięki temu przeliczono na milimetry zmierzoną w pikselach²³ odległość między środkiem chmury atomów a powierzchnią pryzmatu. W celu pomiaru kąta padania wiązki przy użyciu programu CorelDraw X3 do zdjęcia dorysowano dwa odcinki jeden pokrywający się z propagującą w pryzmacie wiązką a drugi pokrywający się z górną powierzchnią przyzmatu. Następnie, przy użyciu jednej z opcji programu, zmierzono kąt między odcinkami. Niestety, tak zmierzony kąt padania

²²Chodzi o wyznaczoną moc progową wiązki lasera.

²³Pomiar w programie CorelDraw X3.

jest obarczony dość dużym błędem (błąd ten wynosi około jednego stopnia), ze względu na niedoskonałość dorysowanych odcinków 24 .

4.7 Prezentacja wyników

W trakcie eksperymentu wykonano pomiary ilości odbitych od lustra dipolowego atomów dla kilku wysokości z jakich opadała chmura. Analizę otrzymanych danych przeprowadzono obydwoma omówionymi wcześniej metodami. Wyniki eksperymentu zostały przedstawione na wykresach 4.20,4.21,4.22,4.23,4.24,4.25,4.26. Dzięki uprzejmości doktora Tomasza Kawalca, autor niniejszej pracy mógł skorzystać z programu, napisanego w języku Fortran, symulującego odbicie chmury od lustra dipolowego celem porównania wyników eksperymentu z wynikiem symulacji. Sumaryczne wyniki eksperymentu oraz wyniki symulacji zostały przedstawione w tabeli 4.3.



Rysunek 4.20: Odstrojenie 2.5GHz, polaryzacja TM, początkowa wysokość chmury 2mm.

 $^{^{24}}$ Mówiąc prostym językiem, ślad wiązki oraz górnej krawędzi pryzmatu charakteryzują się pewną "grubością" oraz rozmyciem przez co trudno jednoznacznie dorysować do nich odcinek.



Rysunek 4.21: Odstrojenie 2.5GHz, polaryzacja TM, początkowa wysokość ch
mury 2.2mm.



Rysunek 4.22: Odstrojenie 2.5GHz, polaryzacja TE, początkowa wysokość ch
mury 2.2mm.



Rysunek 4.23: Odstrojenie 300MHz, polaryzacja TM, początkowa wysokość chmury 2.4mm.



Rysunek 4.24: Odstrojenie 300MHz, polaryzacja TE, początkowa wysokość chmury 2.4mm.



Rysunek 4.25: Odstrojenie 300MHz, polaryzacja TM, początkowa wysokość chmury 4.3mm.

4.8 Wnioski

Z danych zebranych w tabeli 4.3 wynika, że otrzymane doświadczalnie wartości mocy progowej są zbliżone do wyników otrzymanych z wykorzystaniem symulacji komputerowej. Rezultaty metody z dopasowaniem funkcji Gaussa w granicach swych błędów są zbieżne z rezultatami symulacji. Jedyne większe niezgodności (wyniki, doświadczalne w granicy błędu nie pokrywają się z rezultatami symulacji) pojawiają się dla rezultatów metody sumacyjnej dla pozycji 4,5,6 z tabeli 4.3. Wydaje się więc, iż mimo licznych mankamentów dla małych mocy wiązki²⁵, metoda z dopasowaniem dwuwymiarowej funkcji Gaussa, daje bardziej przeko-

 $^{^{25}}$ Autor pragnie zauważyć, iż w kilku przypadkach wykresy przedstawiające rezultaty metody dopasowania gaussianu zawierają mniej punktów niż ich odpowiedniki ukazujące metodę sumacyjną, gdyż niekiedy dopasowanie gaussianu było tak kiepskie, że umieszczanie punktu na wykresie byłoby bezcelowe.



Rysunek 4.26: Odstrojenie 300MHz, polaryzacja TE, początkowa wysokość chmury 4.3mm.

L.P	Polary-	Wysokość	Odstrojenie	Moc	Moc	Moc
	zacja	chmury	[MHz]	progowa	progowa	progowa
		[mm]		metoda	dopasowanie	symulacja
				sumacyjna	gaussianu	[mW]
				[mW]	[mW]	
1	TM	2	2500	4.8(1.7)	5.34(0.77)	6.42(0.42)
2	TM	2.2	2500	9.0(4.7)	9.37(0.61)	8.98(0.50)
3	TE	2.2	2500	12.0(9.8)	13.1(2.4)	16.5(5.3)
4	TM	2.4	300	0.557(0.070)	1.103(0.074)	0.969(0.033)
5	TE	2.4	300	0.73(0.25)	1.81(0.43)	1.87(0.075)
6	TM	4.3	300	1.12(0.29)	1.23(0.18)	1.452(0.082)
7	TE	4.3	300	3.29(0.63)	2.92(0.50)	3.37(0.11)

Tabela 4.3: Zestawienie rezultatów eksperymentu.

nujące rezultaty. Na podstawie otrzymanej zgodności, można dojść do wniosku, że (przy założeniu prawdziwości wzoru na potencjał dipolowy) postulowana we wzorze 2.84 teoretyczna postać potencjału van der Waalsa poprawnie opisuje rzeczywistość. Jeśli chodzi o zastosowania wyników niniejszej pracy, znajomość potencjału van der Waalsa, którego teoretyczna postać została potwierdzona w tym doświadczeniu, może być przydatna do analizy wypadkowego potencjału w przypadku bardzo dużych natężeń fali zanikającej celem wyznaczenia nieznanego potencjału dipolowego²⁶. Ponadto, warto zauważyć, iż znajomość (otrzymywanej jako rezultat doświadczenia) mocy progowej wiązki, umożliwia (przy założeniu znajomości postaci potencjału van der Waalsa) wyliczenie efektywnej powierzch-

 $^{^{26} \}mathrm{Dla}$ dużych natężeń fali zanikającej, teoretyczny opis potencjału dipolowego jest bardzo skomplikowany.

4.8. WNIOSKI

ni lustra dipolowego²⁷,która to wielkość może być przydatna z punktu widzenia przeprowadzania innych doświadczeń (np. związanych z badaniem przekazu pędu od dodatkowej fali), a także może być użyta jako inna metoda wyznaczania rozmiarów (konkretnie powierzchni) wiązki lasera.

²⁷Dla danej energii kinetycznej opadających atomów.

Rozdział 5

Podsumowanie

W niniejszej pracy zostały zaprezentowane wyniki eksperymentu, w którym badano oddziaływanie zimnych atomów z powierzchnią dielektryczną w dipolowym lustrze optycznym¹. Na atomy, znajdujące się w pobliżu powierzchni pryzmatu, działa siła dipolowa związana z falą zanikającą oraz siła van der Waalsa, związana z oddziaływaniem z powierzchnia. Model Lennarda-Jonesa przewiduje, że pochodzący od siły vdW potencjał działający na atomy jest związany z odległością od powierzchni zależnością $1/z^3$. Dzięki zmianie natężenia fali zanikającej, możliwa jest kontrola minimalnej odległości pomiędzy chmurą atomów a powierzchnią pryzmatu. Umożliwia to wytwarzanie wypadkowych potencjałów o różnym "wkładzie" pochodzącym od oddziaływania vdW. Głównym rezultatem tejże pracy jest stwierdzenie zgodności pomiędzy tzw. mocą progową wiązki lasera², będącą wynikiem symulacji oraz mocą progową wiązki, będącą efektem przeprowadzonych pomiarów (tabela 4.7). Świadczy to o poprawności wzoru 2.84 opisującego postać potencjału vdW w modelu Lennarda-Jonesa. Uzyskane wyniki dają dobre perspektywy dla dalszych, bardziej wnikliwych eksperymentów związanych z lustrem dipolowym np. obserwacji poprawki do potencjału związanej z efektem Casimira-Poldera lub zaobserwowania tzw. odbicia kwantowego³. Jednakże aby przeprowadzić opisane powyżej nowe eksperymenty konieczna jest lepsza stabilizacja czestości (a być może także i mocy) lasera wytwarzającego fale zanikającą⁴.

¹Chmura zimnych atomów (pochodząca z pułapki magnetooptycznej) opada na lustro dipolowe, mające postać fali zanikającej wytworzonej (na skutek całkowitego wewnętrznego odbicia) nad powierzchnią szklanego pryzmatu.

²Wytwarzającego falę zanikającą.

³Jest to zjawisko, będące niejako przeciwieństwem efektu tunelowania przez barierę potencjału, które polega na odbiciu cząstki od bariery potencjału mniejszej niż energia kinetyczna tejże cząstki.

 $^{^4{\}rm Autor}$ pragnie zauważyć, iż w przeprowadzonym eksperymencie, laser wytwarzający falę zanikającą nie był stabilizowany.

W ramach niniejszej pracy została także zaproponowana nowa metoda obliczania liczby odbitych od lustra dipolowego atomów (nazwana metodą sumacyjną). Metoda ta umożliwia analizę zdjęć chmury odbitych atomów wykonanych dla małych natężeń fali zanikającej⁵, co może być przydatne w dalszych eksperymentach. Ponadto autor niniejszej pracy brał udział we wprowadzaniu bieżących zmian w konfiguracji układu doświadczalnego.

 $^{^5\}mathrm{Tzn.}$ badane chmury złożone są ze stosunkowo małej liczby atomów.

Appendices

Dodatek A

Program liczący potencjał działający na atomy rubidu.

(*

```
Program obliczający potencjał w jakim opadają atomy rubidu
(dipolowy + vdV).Odstrajamy się od przejścia F=3-> F'=3 o
\[Delta].
Należy podać odstrojenie \[Delta] w MHz (typowo 800MHz) .
Poziomy struktury nadsubtelnej są podane dla linii D2.
Należy podać kąt padania wiązki lasera (w stopniach) oraz rozmiar plamki
(promienie gaussowskie e-2 w milimetrach) celem wyliczenia natężenia
wiązki (NO).Moc, najlepiej zmierzoną tuż przed komorą, podawać w mW.
wys oznacza wysokość z której spuszczana jest chmura (w mm)
T to temperatura [\[Mu]K]
Dwie powyższe wielkości służą znalezieniu energii kinetycznej
chmury (wysokość) oraz jej "błędu" (temperatura) w chwili
upadku na pryzmat. Ma to na celu porównanie z wysokością potencjału
Trzeba zwrócić uwagę na polaryzację (wpisać TM lub TE do wzoru na Nat(z))
Poziome osie wykresów, oraz wygenerowane funkcje wyskalowane są w
mikrometrach. Wyniki na osi pionowej w postaci U/(hbar \[CapitalGamma])
Program zwróci uwagę iż kilka współczynników C-G jest niefizycznych -
nie należy się tym przejmować, program przyjmie iż wynoszą one 0.
Wyliczenia dla linii D2 Rubid 85
*)
ClearAll["Global'*"];
(*Zmienne*)
wys = 2.5;
```

```
DODATEK A. PROGRAM LICZĄCY POTENCJAŁ DZIAŁAJĄCY NA ATOMY
78
                                                             RUBIDU.
[Theta]st = 44;
\[Delta] = 900;
ra = 0.32*10^{-3};
rb = 0.34*10^{-3};
T = 20;
Moc = 20*10^{-3};
(*stałe*)
J = 1/2;
J1 = 3/2;
F = 3;
n = 1.511;
\[Lambda] = 780*10^{-9};\]
Delta[1] = [Delta] + (29 + 63);
Delta[2] = \langle [Delta] + (63);
Delta[3] = \[Delta];
Delta[4] = \[Delta] - 121;
[Theta]rad = [Pi]*[Theta]st/180;
\[CapitalGamma] = 5.9*2 \[Pi];
c = 3*10^8;
d = \[Lambda]/(2*\[Pi]*Sqrt[n^2*(Sin[\[Theta]rad])^2 - 1])*1000000;
k = 1.38065 * 10^{-23};
Atm = 0.96^3; (*współczynnik transmisj przez okienka itd*)
Ate = 0.96^{3};
TM = Atm*n*4*
   Cos[\[Theta]rad]^2*(2*n^2*Sin[\[Theta]rad]^2 -
      1)/(n^4*Sin[[Theta]rad]^2 + Cos[[Theta]rad]^2 - n^2);
TE = Ate*4*n*Cos[[Theta]rad]^2/(n^2 - 1);
Pole = [Pi] * ra * rb;
Nat0 = Moc/Pole;
Nat[z_] := Nat0*TM*Exp[-2*z/d];
UWdV[z_] := -150*10^{-6}z^{-3}
hbar = 1.05457*10^{-34};
```

```
m = 0;
```

```
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
     1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
       ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,
  suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
     c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
mO = N[suma];
m = 1;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
     1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
       ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,
  suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
     c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m1 = N[suma];
m = 2;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
     1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
       ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,
  suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
     c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m2 = N[suma];
m = 3;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
     1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
       ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,</pre>
  suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
     c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m3 = N[suma];
m = 3;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
```

```
DODATEK A. PROGRAM LICZĄCY POTENCJAŁ DZIAŁAJĄCY NA ATOMY
80
                                                           RUBIDU.
     1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
       ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,
  suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
     c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m30 = N[suma];
Text["poniżej postacie funkcji potencjału dla klejno m=0, m=1 , m=2 \
,m=3, ponownie m=3 ale bez VdV"]
m0 = m0/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z]
m1 = m1/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z]
m2 = m2/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z]
m3 = m3/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z]
m30 = m30/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi])
Text["Poniżej maxima funkcji potencjału dla klejnych m=0, m=1 , m=2 \
,m=3"]
FindMaximum[m0, {z, 0.01, 0.2}]
FindMaximum[m1, {z, 0.01, 0.2}]
FindMaximum[m2, {z, 0.01, 0.2}]
FindMaximum[m3, {z, 0.01, 0.2}]
Text["Poniżej wyrażona procentowo maksymalna różnica potencjału (w \
stosunku do potencjału dla m=0) między funkcjami obliczonymi dla m=0 \
i m=3 "]
First[100*(FindMaximum[m0, {z, 0.01, 0.2}] -
     FindMaximum[m3, {z, 0.01, 0.2}])/
   FindMaximum[m0, {z, 0.01, 0.2}]]
chmura = wys*10^-3*9.8*1.410*10^-25/(\[CapitalGamma]*hbar*10^6);
chmura1 = chmura + (1/2*k*T*10^-6)/(\[CapitalGamma]*hbar*10^6);
```

```
Plot[{m0, m1, m2, m3, m30, chmura, chmura1}, {z, 0, 1}]
```

Dodatek B

Program liczący powierzchnię lustra dipolowego.

(* Odstrajamy się od przejścia F=3-> F'=3 o \[Delta]. Podać odstrojenie \[Delta] (w MHz). Należy kąt padania wiazki lasera \backslash (w stopniach) oraz rozmiar plamki (promienie elipsy) celem wyliczenia \ natężenia wiązki (NO). Wpisać Wys -wysokość z której spuszczana jest \ chmura. Wybrać polaryzację (wpisać TM lub TE do wzoru na Nat(z)) *) ClearAll["Global'*"]; wys = 4;[Theta]st = 42;\[Delta] = 500; $ra = 0.323*10^{-3};$ $rb = 0.432*10^{-3};$ $Moc = 15*10^{-3};$ J = 1/2;J1 = 3/2;F = 3;n = 1.511;

```
Lambda] = 780*10^{-9};
Delta[1] = [Delta] + (29 + 63);
Delta[2] = \langle [Delta] + (63);
Delta[3] = \[Delta];
Delta[4] = \[Delta] - 121;
[CapitalGamma] = 5.9*2 [Pi];
c = 3*10^8;
d = \[Lambda]/(2*\[Pi]*Sqrt[n^2*(Sin[\[Theta]rad])^2 - 1])*1000000;
[Theta]rad = [Pi]*[Theta]st/180;
[Chi] = 1/Cos[[Theta]rad];
Atm = 0.96^{3};
Ate = 0.96^{3};
TM = Atm*n*4*
   Cos[\[Theta]rad]^2*(2*n^2*Sin[\[Theta]rad]^2 -
      1)/(n^4*Sin[[Theta]rad]^2 + Cos[[Theta]rad]^2 - n^2);
TE = Ate*4*n*Cos[[Theta]rad]^2/(n^2 - 1);
Pole = [Pi] * ra * rb;
Nat0 = 2*Cos[\[Theta]rad]*Moc/Pole;
Nat[z_] := Nat0*TM*Exp[-2*z/d];
Natpow[z_] :=
  NatO*TM*Exp[-2*z/d -
     2*(x<sup>2</sup>/(\[Chi]*1000000 rb)<sup>2</sup> + y<sup>2</sup>/(1000000 ra)<sup>2</sup>)];
UWdV[z_] := -150*10^{-6}z^{-3}
hbar = 1.05457*10^{-34};
k = 1.38065 \times 10^{-23};
m = 0;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
     1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
       ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,
  suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
     c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
mO = N[suma];
```

```
m = 1;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
              1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
                    ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,
      suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
              c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m1 = N[suma];
m = 2;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
              1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
                    ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,</pre>
      suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
              c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m2 = N[suma];
m = 3;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
              1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
                   ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,</pre>
      suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
              c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m3 = N[suma];
m = 3;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J + 1)*(
              1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
                   ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,</pre>
      suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
              c^2*(\[Lambda]^3)/(2*\[Pi]*c)^3*Nat[z]*Fun[i]/Delta[i]];
m30 = N[suma];
```

```
m0 = m0/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z];
m1 = m1/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z];
m2 = m2/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z];
m3 = m3/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]) + UWdV[z];
m30 = m30/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]);
chmura = wys*10^-3*9.8*1.410*10^-25/(\[CapitalGamma]*hbar*10^6);
m = 3;
Fun[F1_] := (2*F1 + 1)*(2*F + 1)*(2*J +
     1)*(Abs[SixJSymbol[{J, J1, 1}, {F1, F, 5/2}]*
       ThreeJSymbol[{F1, m}, {1, 0}, {F, -m}]])^2;
suma = 0;
For[i = 0, i < 5, i++,
  suma = suma + (2 J1 + 1)*3/4*\[CapitalGamma]*\[Pi]*
     c<sup>2</sup>*(\[Lambda]<sup>3</sup>)/(2*\[Pi]*c)<sup>3</sup>*Natpow[z]*Fun[i]/Delta[i]];
F3 = N[suma];
Fun3[z_] = F3/(hbar*[CapitalGamma]*10^6*2*[Pi]) + UWdV[z];
Fun3bezvdv[z_] = F3/(hbar*\[CapitalGamma]*10^6*2*\[Pi]);
arg = z /. Last[FindMaximum[m3, {z, 0.01, 0.2}]];
Fun3[arg];
Pow[x_, y_] = Fun3[arg];
Powbvdv[x_, y_] = Fun3bezvdv[0];
chmura;
Powbvdv[0, 0];
P1 = ContourPlot[
   Pow[x, y] == chmura, {x, -10<sup>3</sup>, 10<sup>3</sup>}, {y, -10<sup>3</sup>, 10<sup>3</sup>}];
P2 = ContourPlot[
   Powbvdv[x, y] == chmura, {x, -10^3, 10^3}, {y, -10^3, 10^3}];
Show[P1, P2]
a = x /. Last[NSolve[Pow[x, 0] == chmura, x]]
b = y /. Last[NSolve[Pow[0, y] == chmura, y]]
a1 = x /. Last[NSolve[Powbvdv[x, 0] == chmura, x]];
b1 = y /. Last[NSolve[Powbvdv[0, y] == chmura, y]];
Text["Efektywne pole pow lustra dla potencjału dipol+VdV w \
mikrometrach kwadratowych"]
```

Pole = \[Pi]*a*b

Text["Efektywne pole pow lustra dla potencjału dipol BEZ VdV w \ mikrometrach kwadratowych"]

Pole1 = [Pi]*a1*b1

Dodatek C

Program w języku adbasic sterujący eksperymentem.

Uwaga!!! Twórca niniejszej pracy jest jedynie współautorem tego programu.

DIM i AS LONG DIM aparat AS FLOAT DIM wiazka AS FLOAT DIM spadanie1 AS FLOAT DIM nap1 AS LONG DIM nap2 AS LONG DIM nap3 AS LONG DIM nap4 AS LONG DIM odstr AS FLOAT DIM melasa AS FLOAT DIM spadanie2 AS LONG DIM opozn AS LONG DIM fala AS LONG DIM 1 AS LONG 'do sterowania rampa repompera DIM podajnapr1 AS FLOAT 'szczyt rampy- voltach DIM podajnapr2 AS FLOAT 'dno rampy- voltach DIM podajnapr3 AS FLOAT ' szczyt rampy- voltach

```
DIM napr1 AS FLOAT
                         'w jednostkach programu
DIM napr2 AS FLOAT
DIM napr3 AS FLOAT
DIM napr AS FLOAT
DIM krok1 AS FLOAT
DIM x AS LONG
'Porty DIGOUT karty Adwin:
'0 - AOM repumpera
'1 - pole B
'2 - migawka aparatu cyfrowego
'3 - AOM wiaki pułapkująca
'4 - AOM wiazki obrazujacej
'5 - AOM dodatkowej rezonansowej fali zanikajacej
'Porty ADC karty Adwin:
'DAC output 1 - mot(nap1) lub odstrojenie(nap2)
'DAC output 2 - napiecie na amplitude w repomperze
INIT:
'Globaldelay = 4000000
Processdelay = 34000000
'x=1 wer 1, 'x=2 wer 2,
aparat = 5
wiazka = 0.5
opozn = 2
nap1 = 47935 '4.64 V
nap2 = 40000 '2.2 V
nap3 = 36700 '1.2 V
nap4 = 49450 , 5.1 V
odstr = 5
melasa = 20
```

88

```
'trzeba dobierac dla kazdej wysokosci mota oddzielnie
fala = 0
spadanie1 = 32
spadanie2 = 0
1 = 0
'w milisekundach
aparat = aparat*4000
wiazka = wiazka*4000
spadanie1 = spadanie1*4000 'spadanie przed odbiciem
opozn = opozn*4000
'odstr = odstr*4000
melasa = melasa *4000
spadanie2 = spadanie2 *4000 'lot po odbiciu (trzeba doliczyc aparat + wiazka)
fala = fala*4000 'odbicie
'do sterowania rampa repompera
podajnapr1=2.5 'poczatkowe nap w V
podajnapr2=1
                'nap osiagane po doklasowaniu
podajnapr3=2.5 'nap w V 'do obrazowania
napr1 = 32767+(podajnapr1*32767)/10
napr2 = 32767+(podajnapr2*32767)/10
napr3 = 32767+(podajnapr3*32767)/10
odstr = odstr*1053
krok1 = (napr1 - napr2)/odstr
EVENT:
  1=1+1
x=(-1)^{PAR_6}
IF (x=1) THEN
fala = 0
spadanie1 = 15*4000
```

89

```
DODATEK C. PROGRAM W JĘZYKU ADBASIC STERUJĄCY
EKSPERYMENTEM.
```

```
spadanie2 = 0
Else
ENDIF
   IF (1=1) THEN
PAR_1=x
PAR_5=spadanie1
PAR_6=PAR_6+1
PAR_2=PAR_2+1
'doklasowanie i chlodzenie w melasie
CLEAR_DIGOUT(4) 'wylaczenie wiazki obrazujacej (na wszelki wypadek)
DAC(1,nap1) ' DAC output1
DAC(1,nap2) ' DAC output1 (odstrojenie i zmiana mocy)
DAC(2,napr1) ' DAC output2
FOR i = 1 TO odstr 'mot w polu magnet. i odstr. wiazek, spada moc repump
napr1 = (napr1 - krok1)
  DAC(2,napr1)
NEXT i
CLEAR_DIGOUT(1) 'wylaczenie pola magnetycznego
DAC(1,nap3) ' DAC output1 (odstrojenie i zmiana mocy)
FOR i = 1 TO melasa 'mot w samych odstrojonych wiazkach - melasa
  NOP
  NEXT i
   CLEAR_DIGOUT(3) 'wylaczenie wiazki pulapkujacej
'zdjecie MOTa
   FOR i = 1 TO spadanie1 'mot spada w repomperze, przed odbiciem
 NOP
NEXT i
   SET_DIGOUT(5)
   FOR i = 1 TO fala 'fala dodatkowa rezonansowa wlaczona na czas odbicia
 NOP
   NEXT i
   CLEAR_DIGOUT(5)
```

90

```
'CLEAR_DIGOUT(0) 'wylaczenie wiazki repumpera
   FOR i=1 TO spadanie2 'chmura sie odbija i leci w gore
  NOP
   NEXT i
DAC(1,nap4) ' dostrojenie wiazki pulapkujacej do rezonansu
IF(PAR_2=1) THEN
PAR_6=0
ELSE
   SET_DIGOUT(2) 'wlaczenie migawki aparatu
   ENDIF
FOR i = 1 TO aparat 'zaczyna otwierac sie migawka
NOP
NEXT i
'DAC(2,napr3) 'napiecie okreslajace moc wiazki repompera do obrazowania
SET_DIGOUT(0)'wlaczenie repompera
SET_DIGOUT(3)'wlaczenie wiazki pulapkujacej
FOR i=1 TO wiazka 'miganie wiazkami
NOP
NEXT i
CLEAR_DIGOUT(0)'wylaczenie repompera
CLEAR_DIGOUT(3)'wylaczenie wiazki pulapkujacej
CLEAR_DIGOUT(2) 'wylaczenie migawki
   FOR i = 1 TO opozn 'przerwa miedzy zdjeciami
 NOP
   NEXT i
   ENDIF
   IF (1=2) THEN
   'zdjecie tla
DAC(1,napr1)
```

```
DODATEK C. PROGRAM W JĘZYKU ADBASIC STERUJĄCY
92
                                                  EKSPERYMENTEM.
SET_DIGOUT(0)'wlaczenie repompera
CLEAR_DIGOUT(4)'wylaczenie wiazki obrazujacej
   CLEAR_DIGOUT(1) 'wylaczenie pola magnetycznego
CLEAR_DIGOUT(3) 'wylaczenie wiazki pulapkujacej
FOR i = 1 TO spadanie1 'mot spada w repomperze, przed odbiciem
 NOP
NEXT i
   SET_DIGOUT(5)
   FOR i = 1 TO fala 'fala dodatkowa rezonansowa wlaczona na czas odbicia
 NOP
   NEXT i
   CLEAR_DIGOUT(5)
   'CLEAR_DIGOUT(0) 'wylaczenie wiazki repumpera
   FOR i=1 TO spadanie2 'chmura sie odbija i leci w gore
  NOP
   NEXT i
DAC(1,nap4) ' dostrojenie wiazki pulapkujacej do rezonansu
IF (x=1) THEN
PAR_11=PAR_11+1
   SET_DIGOUT(2) 'wlaczenie migawki aparatu
   ENDIF
FOR i = 1 TO aparat 'zaczyna otwierac sie migawka
  NOP
NEXT i
'DAC(2, napr3) 'napiecie okreslajace moc wiazki repompera do obrazowania
SET_DIGOUT(0)'wlaczenie repompera
SET_DIGOUT(3)'wlaczenie wiazki pulapkujacej
FOR i=1 TO wiazka 'miganie wiazkami
NOP
NEXT i
CLEAR_DIGOUT(0)'wylaczenie repompera
CLEAR_DIGOUT(3)'wylaczenie wiazki pulapkujacej
```

```
END
ENDIF
FINISH:
'odtwarzanie mota
FOR i=1 TO 100*4000 'opóźnienie, zeby nie bylo na zdjeciach pozostalego swiatła
NOP
NEXT i
```

```
podajnapr1=2.5 'poczatkowe nap w V
podajnapr2=1 'nap osiagane po doklasowaniu
podajnapr3=2.5 'nap w V 'do obrazowania
napr1 = 32767+(podajnapr1*32767)/10
napr2 = 32767+(podajnapr2*32767)/10
napr3 = 32767+(podajnapr3*32767)/10
```

CLEAR_DIGOUT(2) 'wylaczenie migawki

```
SET_DIGOUT(1) 'wlaczenie pola magnetycznego
SET_DIGOUT(0) 'wlaczenie wiazki repumpera
SET_DIGOUT(3) 'wlaczenie wiazki lasera pulapkujacego
CLEAR_DIGOUT(4) 'wylaczenie wiazki obrazujacej
DAC(1,nap1) ' DAC output1
DAC(2,napr1) ' DAC output2
```

Spis rysunków

2.1	Zachowanie światła podczas padania na granicę dwóch ośrodków	6
2.2	Głębokość wnikania fali zanikającej w funkcji kąta padania.	8
2.3	Zależność współczynnika transmisji fali zanikającej od kąta padania .	9
2.4	Przesunięcie Goosa-Hänchen w funkcji kąta padania.	10
2.5	Przekaz pędu podczas oddziaływania atomu z fotonami	12
2.6	Siła wypadkowa działająca na atom I	14
2.7	Siła wypadkowa działająca na atom II	15
2.8	Ideowy schemat trójwymiarowej melasy optycznej.	16
2.9	Współczynnik lepkości w funkcji odstrojenia.	17
2.10	Pole magnetyczne i przesunięcia poziomów w pułapce MOT	18
2.11	Schemat trójwymiarowej pułapki magnetooptycznej	20
2.12	Pole magnetyczne	21
2.13	Składowe pola magnetycznego.	21
2.14	Polaryzacja fali stojącej	23
2.15	Schemat chłodzenia Syzyfa	24
2.16	Polaryzacja w konfiguracji $\sigma_+\sigma$. Rysunek pochodzi z pracy [7]	25
2.17	Siła działająca na atom chłodzony w pułapce MOT. \ldots \ldots \ldots	26
3.1	Struktura energetyczna atomów rubidu ${}^{85}Rb$	32
3.2	Sygnał spektroskopii nasyceniowej lasera pułapkującego	33
3.3	Sygnał spektroskopii nasyceniowej lasera repompującego	34
3.4	Schemat dolnego poziomu stołu optycznego	35
3.5	Rezonator lasera w układze Littmana-Metcalfa	36
3.6	Schemat działania prostego izolatora optycznego	37
3.7	Schemat układu spektroskopii nasyceniowej	38
3.8	Modulator akustooptyczny w konfiguracji podwójnego przejścia.	41
3.9	Modulator akustooptyczny w konfiguracji pojedynczego przejścia	41
3.10	Schemat układu pomp - widok z boku	43
3.11	Komora próżniowa i układ pomp - widok z góry.	44

3.12	Schemat dyspenzera rubidu	44
3.13	Schemat pryzmatu użytego w doświadczeniu.	45
3.14	Obrazowanie fluorescencyjne - przykładowa sekwencja czasowa	47
4.1	Natężenie wiązki wraz z dopasowaną funkcją. Widok 3 D. \ldots	50
4.2	Natężenie wiązki wraz z dopasowaną funkcją. Przekroje poprzeczne. $% \left({{{\bf{n}}_{{\rm{c}}}}} \right)$	51
4.3	Zdjęcie plamek	51
4.4	Miejsce pomiaru mocy wiązki wytwarzającej falę zanikającą.	52
4.5	Rozkład natężenia fali zanikającej tuż nad powierzchnią pryzmatu	53
4.6	Natężenie fali zanikającej w funkcji odległości od pryzmatu	53
4.7	Potencjał działający na atomy rubidu	55
4.8	Ekspansja termiczna chmury.	55
4.9	Efektywna powierzchnia lustra dipolowego	57
4.10	Dopasowanie funkcji Gaussa I.	60
4.11	Dopasowanie funkcji Gaussa II	60
4.12	Dopasowanie funkcji Gaussa III.	60
4.13	Procentowo wyrażona liczba odbitych atomów w funkcji mocy wiązki .	61
4.14	Liczba odbitych atomów w funkcji mocy wiązki - porównanie	61
4.15	Przykładowe zdjęcie odbitej chmury	63
4.16	Polaryzacja TM, porównanie metod	64
4.17	Polaryzacja TE, porównanie metod.	65
4.18	Porównanie obu metod - multiplikatywność	65
4.19	Zdjęcia chmury i pryzmatu wykonane kamerą przemysłową	66
4.20	Odstrojenie 2.5GHz, TM, początkowa wysokość chmury 2mm. \ldots .	67
4.21	Odstrojenie 2.5GHz, TM, początkowa wysokość chmury 2.2mm	68
4.22	Odstrojenie 2.5GHz, TE, początkowa wysokość chmury 2.2mm	68
4.23	Odstrojenie 300MHz, TM, początkowa wysokość chmury 2.4mm. \ldots .	68
4.24	Odstrojenie 300MHz, TE, początkowa wysokość chmury 2.4mm	69
4.25	Odstrojenie 300MHz, TM, początkowa wysokość chmury 4.3mm	69
4.26	Odstrojenie 300MHz, TE, początkowa wysokość chmury 4.3mm.	70

Spis tabel

3.1	Rubid - podstawowe właściwości	32
3.2	Parametry użytych w doświadczeniu modulatorów akustooptycznych.	42
3.3	Parametry cewek kompensujących zewnętrzne pole magnetyczne . $\ .$ $\ .$	42
41	Dana shužaga da unuznagzanja rozmjarán vijazki lasora	51
1.1	Dane siuzace do wyznaczenia roziniarów wiązki iasera	01
4.2	Porównanie metod obliczeniowych	64

Bibliografia

- G. Labeyrie N. Vansteenkiste C. I. Westbrook A. Aspect A. Landragin, J.-Y. Courtois. Measurement of the van der Waals Force in an Atomic Mirror. [cytowanie na str. 4, 57]
- [2] Tomasz Kawalec. Właściwości fali zanikającej i ich wykorzystanie do bada- nia ruchu atomów przy powierzchni dielektryka. Rozprawa doktorska. Zakład Optyki Atomowej, Instytut Fizyki UJ, 2005. [cytowanie na str. 5, 28, 43, 54]
- [3] David J. Griffiths. Podstawy elektrodynamiki. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2006.
 [cytowanie na str. 5]
- [4] Jan Petykiewicz. Optyka falowa. PWN, 1986. [cytowanie na str. 10]
- [5] Claude Cohen Tannoudji. Atom-Photon Interactions. John Wiley & Sons, Inc., 1998. [cytowanie na str. 12, 13]
- [6] Krzysztof Kiersnowski. Badanie własności zimnych atomów przy powierzchni oraz ich modów orbitalnych w pułapce magnetooptycznej. Rozprawa doktorska. Zakład Optyki Atomowej, Instytut Fizyki UJ, Kraków 2006. [cytowanie na str. 12, 13, 14, 17, 43]
- [7] Peter van der Straten Harold J. Metcalf. Laser cooling and trapping. Springer, 2002.
 [cytowanie na str. 14, 22, 25, 26, 95]
- [8] Michał Zawada. Diagnostyka pułapki magnetooptycznej. Praca magisterska. Zakład Fotoniki, Instytut Fizyki UJ, 1999. [cytowanie na str. 22]
- C.Cohen-Tannoudji J. Dalibard. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models, volume 6. J.Opt.Soc.Am.B, 1989. [cytowanie na str. 22, 26]
- [10] C.Cohen-Tannoudji J. Dalibard. Manipulowanie atomami za pomocą fotonów. Wykład noblowski, volume 50. Postępy fizyki, 1999. [cytowanie na str. 26]
- [11] Praca zbiorowa. Nowa encyklopedia powszechna PWN. Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa, 1997. [cytowanie na str. 26]
- [12] Jarosław Koperski. Van der Waals Complexes in Supersonic Beams. Wiley-VCH, 2002.
 [cytowanie na str. 27]
- [13] J. C. Mertz J.-Y. Courtois, J.-M. Courty. Internal dynamics of multilevel atoms near a vacuum-dielectric interface, volume 53. 1996. [cytowanie na str. 27]
- [14] P. Kush D. Raskin. Interaction between a Neutral Atomic or Molecular Beam and a Conducting Surface, volume 179. 1969. [cytowanie na str. 28]

- [15] E. A. Hinds V. Sandoghdar, C. I. Sukenik. Direct measurement of the van der Waals interaction between an atom and its images in a micron-sized cavity, volume 68. 1992. [cytowanie na str. 28]
- [16] Lawrence Berkeley National Laboratory. Isotopes of Rubidium (Z=37). [cytowanie na str. 31]
- [17] NIST National Institute of Standards and Technology. Basic Atomic Spectroscopic Data. http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/rubidiumtable1.htm. [cytowanie na str. 31, 32]
- [18] Dobrosława Bartoszek. Absorpcyjne obrazowanie zimnych atomów. Praca magisterska. Zakład Optyki Atomowej, Instytut Fizyki UJ, Kraków 2008. [cytowanie na str. 31, 32, 33, 43, 46, 55]
- [19] Sławomir Życiński. Opracowanie układu dipolowego lustra optycznego dla linii D2 atomów rubidu. Praca magisterska. Zakład Optyki Atomowej, Instytut Fizyki UJ, 2008. [cytowanie na str. 33, 43, 45]
- [20] Tadeusz Pałasz. Pułapka magneto optyczna i nieliniowa spektroskopia zimnych atomów rubidu. Rozprawa doktorska. Zakład Fotoniki, Instytut Fizyki UJ, Kraków 1999. [cytowanie na str. 36]
- [21] Tomasz Brzozowski Maria Mączyńska. Krótki kurs efektywnego justowania układu optycznego. 2003. [cytowanie na str. 36]
- [22] Andrzej Noga. Budowa i diagnostyka pułapki magneto optycznej Badanie zderzeń zimnych atomów rubidu w polu świetlnym. Praca magisterska. Zakład Fotoniki, Instytut Fizyki UJ, 2001. [cytowanie na str. 37, 46]
- [23] Wolfgang Demtroeder. Spektroskopia Laserowa. Wydawnictwo Naukowe PWN, 1993. [cytowanie na str. 38]
- [24] Malvin Carl Teich Bahaa E. A. Saleh. Fundamentals of Photonics. John Wiley & Sons, Inc., 1991. [cytowanie na str. 41]
- [25] Saes Getters. Specyfikacja techniczna dyspenzerów firmy Saes Getters. http://www.saesgetters.com/default.aspx?idPage=470. [cytowanie na str. 43]
- [26] Apogee Instruments Inc. Alta Full Product Line Brochure. http://ccd-university.com/pdf/FullProductLine.pdf. [cytowanie na str. 45]
- [27] Maria Mączyńska. Pułapkowanie i pomiar temperatury zimnych atomów. Praca magisterska. Zakład Fotoniki, Instytut Fizyki UJ, 2001. [cytowanie na str. 55]