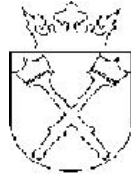


PAWEŁ MARCINEK



BEZDOPPLEROWSKA SPEKTROSKOPIA ATOMOWA W FALI ZANIKAJĄCEJ



*Praca magisterska napisana
w Instytucie Fizyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie
pod kierunkiem dr Leszka Józefowskiego*

Kraków 2005

Podziękowania

Pragnę wyrazić podziękowanie Prof. dr hab.T. Dohnalikowi i mojemu promotorowi Dr L. Józefowskiemu za umożliwienie mi pracy w laboratorium i korzystania ze sprzętu pomiarowego bez jakichkolwiek ograniczeń w czasie. Dziękuję również M. Kasprowiczowi, T. Kawalcowi i K. Kiersnowskiemu za cenne uwagi i udzieloną pomoc w trakcie wykonywanych przeze mnie pomiarów.

Specjalne osobiste podziękowanie dla mojej mamy Niny i dla mojej dziewczyny Mayumi [✿] za duchowe ciepło i obecność w trakcie realizacji całego projektu niniejszej pracy magisterskiej.

Podziękowania dla firmy "Mardimex" za możliwość korzystania ze sprzętu komputerowego i programów *Origin7* i *Mathematica5 Wolfram Research* przy analizie danych numerycznych i oraz za możliwość wydrukowania tekstu niniejszej pracy magisterskiej.

Pragnę przekazać szczególne podziękowania mojemu Ojcu Jerzemu i przyjacielowi Robertowi Burkatowi za wsparcie finansowe w trakcie realizacji całego projektu niniejszej pracy magisterskiej.

Special thanks to engineer Chris Sznajder [Heller Machines Tools –U.S. Division] for his technical advises.

執筆者手記

「Optics Communications 145 (1998) 64-68」に掲載されたセシウム137を用いた研究が、私と、私の指導教員である L. ユゼホフスキ博士(Dr. L. Józefowski、ヤギエウォ大学)にインスピレーションを与えてくれ、我々はルビジウム同位体(Rb85)を用いたこの研究に着手した。山梨大学にて同研究に携わられたまつど教授、桜井教授、その他の皆様に、遥か異国のポーランドから、厚く御礼を申し上げたい。

私感

幼少より始めた空手を通じて、日本に根付く武士道精神を学び、また、縁あって連れ添う彼女が日本出身という偶然も重なり、日本文化に大変深い興味を持っております。いつの日か、日本語での読み書きを習得し、私淑するまつど教授、桜井教授に直接お目にかかり、この研究結果についてご意見をいただける機会があります事を、心から願っております。

ポール・マルチネック (Paweł Marcinek)
ヤギエウォ大学(物理学部)

Spis treści

Wprowadzenie

1 Pole elektromagnetyczne i jego własności

1.1 Równania Maxwella

1.1.1 Fale elektromagnetyczne

1.1.2 Twierdzenie **Poyntinga**. Zasady zachowania energii i pędu dla układu złożonego z naładowanych cząstek i pola elektromagnetycznego.

1.2 Teoria Maxwella w ujęciu relatywistycznym

1.2.1 Tensor pola elektromagnetycznego

1.2.2 Relatywistyczna postać równań **Maxwella**

1.2.3 Tensor energii-pędu-napięć pola elektromagnetycznego w próżni

1.2.4 Tensor energii -pędu-napięć pola elektromagnetycznego w ośrodku materialnym. Tensor **Minkowskiego** i tensor **Abrahama**. Pęd pola elektromagnetycznego w ośrodku materialnym.

2 Odbicie i załamanie fal elektromagnetycznych na płaskiej granicy pomiędzy dielektrykami

2.1 Równania Fresnela

2.2 Całkowite wewnętrzne odbicie

2.3 Zjawisko Goosa-Hanchena

2.4 Polaryzacja fali zanikającej]

2.5 Równania Fresnela dla fali zanikającej

3 Podstawowe własności spektroskopowe atomu rubidu. Lasery diodowe.

3.1 Schemat poziomów energetycznych atomów rubidu (Rb)

- 3.1.1 Własności jądrowe podstawowych izotopów rubidu
- 3.1.2 Struktura nadsubtelna stanów energetycznych atomów rubidu
- 3.1.3 Podstawowe wzory i dane spektroskopowe pojedynczego atomu rubidu
- 3.1.4 Podstawowe dane spektroskopowe par atomowych rubidu o gęstości rzędu 10^{14} at/cm³
- 3.1.5 Warunki uzyskania stacjonarnego rozkładu obsadzeń atomów w stanie górnym wzbudzonym i dolnym podstawowym w obszarze rezonansowego oddziaływania z pompującą zanikającą wiązką laserową
- 3.1.6 Współczynnik absorpcji w parach atomowych
- 3.1.7 Kryterium zdolności rozdzielczej

3.2 Lasery diodowe

- 3.2.1 Wady i zalety półprzewodnikowych laserów
- 3.2.2 Zasada działania laserów diodowych

4 Pomiar przekazu pseudo-pędu do atomów rubidu przez falę zanikającą

4.1 Idea przeprowadzonego eksperymentu

- 4.1.1 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne i odległość składowych widma

4.2 Schemat eksperymentu

4.3 Budowa i sterowanie laserem diodowym EOSI 2001

4.4 Półfalówka, pryzmaty anamorfczne i izolator optyczny

4.5 Układ spektroskopii bezdopplerowskiej jako znacznik częstości

4.6 Prowadzenie kątowe zwierciadła

4.6.1 Pozycja zerowa układu doświadczalnego.

Baza układu pomiarowego.

4.6.2 Przesunięcia zwierciadła δ_3

4.6.3 Maksymalne wychylenie zwierciadła δ_4 .

Funkcja brzegowa układu prowadzenia kątowego zwierciadła.

Funkcja błędu.

4.7 Konstrukcja piecyka

4.8 Detekcja fazoczuła

4.9 Zjawisko rozdzielania się rezonansu krzyżowego na dwa rezonanse krzyżowe w bezdopplerowskim widmie absorpcyjnym atomów rubidu w fali zanikającej.

5 Prezentacja i analiza zarejestrowanych widm absorpcyjnych

Podsumowanie

Literatura

Wprowadzenie

Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia powstaje wtedy, gdy fala elektromagnetyczna pada na powierzchnię rozdziału dwóch dielektryków od strony ośrodka optycznie gęstszego i moduły amplitud pola elektrycznego fali padającej i odbitej są sobie równe. Zjawisko to zachodzi zawsze o ile kąt padania pola elektromagnetycznego na powierzchnię rozdziału od strony ośrodka optycznie gęstszego jest większy od pewnego kąta granicznego. Wartość kąta granicznego można wyliczyć wprost z warunków brzegowych opisujących stan pól E , D , B i H w chwili początkowej $t=0$, które muszą być spełnione we wszystkich punktach płaszczyzny rozdzielającej dwa ośrodki dielektryczne i w każdej dowolnej chwili późniejszej. W ośrodku optycznie rzadszym w warunkach całkowitego wewnętrznego odbicia powstaje fala zanikająca (James Clerk Maxwell w słynnych "Traktatach o elektryczności i magnetyzmie" w rozdziale XX zatytułowanym "Elektromagnetyczna teoria światła" wylicza postać wektora amplitudy pola elektrycznego fali zanikającej - strona 442 artykuł 794 referencja [3]). Charakterystyczną cechą zanikającego pola jest to, że pęd pola w kierunku równoległym do powierzchni rozdziału jest większy od wartości pędu pola elektromagnetycznego o tej samej częstotliwości w próżni - dzieje się tak, dlatego że w całkowity pęd pola wnoszą wkład zarówno pole fali elektromagnetycznej i atomy ośrodka optycznie gęstszego¹. Pęd pola zanikającego w kierunku równoległym do płaszczyzny rozdziału dwóch ośrodków dielektrycznych nazywa się pseudo- pędem fali zanikającej. W rezonansowym oddziaływaniu fali zanikającej z atomami ośrodka optycznie rzadszego w pobliżu powierzchni dielektryka zachodzi proces przekazu pseudo- pędu fali zanikającej do atomów ośrodka optycznie rzadszego. Niech na płaszczyznę rozdziału padają dwie wiązki laserowe o tej samej częstotliwości pod różnymi kątami, większymi od kąta granicznego. W ośrodku optycznie rzadszym powstają dwie przeciwbieżne fale zanikające o nieco różniących się wartościach pseudo- pędu. Technika bezdopplerowskiej spektroskopii w fali zanikającej polega na rejestrowaniu słabego sygnału wiązki sondującej. Dwie różne wartości pseudo- pędu fal zanikających powinny w bezdopplerowskim widmie prowadzić do rozdzielenia się sygnału rezonansu krzyżowego na dwa rezonanse krzyżowe - próba zarejestrowania tego zjawiska była celem doświadczenia przeprowadzonego i omawianego w niniejszej pracy magisterskiej. Zagadnienie pseudo- pędu fali zanikającej wiąże się ze znanym problemem kontrowersji Minkowskiego-Abrahama, której warto poświęcić parę zdań - nie jest to jednak przedmiotem badania niniejszej pracy.

¹w rozdziale 1 omawiam szerzej problem pędu pola elektromagnetycznego propagującego się w izotropowym ośrodku dielektrycznym - w ogólnym przypadku podział pędu pola w ośrodku na pęd samego pola elektromagnetycznego i na pęd ośrodka nie jest możliwy, można ewentualnie to uczynić przy użyciu tensora Abrahama

Na początku ubiegłego wieku w elektrodynamice przy wyprowadzaniu zasady zachowania pędu pola elektromagnetycznego w jednorodnym, izotropowym ośrodku pojawiła się pewna niejednoznaczność (jakikolwiek wątpliwości w formułowaniu zasad zachowania wyprowadzanych w ramach danej teorii są zawsze tematem intensywnych badań zarówno doświadczalnych i teoretycznych). Obliczenia przeprowadzone przez Hermana Minkowskiego prowadzą do równania na tensor energii-pędu-napięć (ref. [25]), który jest **niesymetryczny** w jednorodnym izotropowym ośrodku a odpowiadająca temu tensorowi gęstość pędu wynosi:

$$\mathbf{g}^M = \frac{n^2}{c^2} \mathbf{S} = \mathbf{D} \times \mathbf{B}$$

Zastąpienie niesymetrycznego tensora Minkowskiego wyrażeniem **symetrycznym** zaproponował i obliczył Abraham [refer. 26]. Tensorowi Abrahama odpowiada gęstość pędu:

$$\mathbf{g}^A = \frac{1}{c^2} \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

Tensory Minkowskiego i Abrahama prowadzą do różnych wzorów na gęstość pędu pola elektromagnetycznego. Dla płaskiej fali elektromagnetycznej w izotropowym jednorodnym dielektryku przy założeniu, że energia pola elektromagnetycznego jest skwantowana, tzn. $w = N \hbar \omega$, gdzie N jest ilością kwantów w jednostce objętości otrzymamy następujące wyrażenia na pęd kwantu w ośrodku:

$$\mathbf{p}^M = (\hbar \omega / c) \mathbf{n}$$

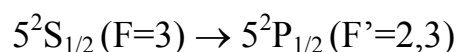
$$\mathbf{p}^A = (\hbar \omega / cn) \mathbf{n}$$

Które z tych dwóch powyższych wyrażeń jest prawdziwe?

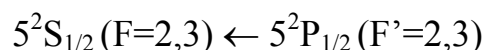
Problem kontrowersji Minkowskiego-Abrahama wciąż nie jest definitywnie rozstrzygnięty. Liczne przeprowadzone doświadczenia potwierdzają słuszność Minkowskiego są jednak również doświadczenia, które potwierdzają słuszność Abrahama (np. doświadczenie dotyczące badania siły Abrahama opisane przez Ugarowa w [6] strona 205).

Bez Dopplerowska spektroskopia w fali zanikającej wiąże się z kontrowersją Minkowskiego-Abrahama. Pseudo- β fali zanikającej, którego wartość można zmierzyć – wskazuje, że β fali elektromagnetycznej jest zgodny z wyrażeniem na β fotonów Minkowskiego – nie jest to jednak w żadnej mierze jakikolwiek dowód mogący decydować o tym, że wyrażenie na β otrzymane przez Minkowskiego jest słuszne a wyrażenie Abrahama jest nieprawidłowe. Oba wyrażenia są wyprowadzone na gruncie teoretycznych rozważań równań zgodnych z klasyczną teorią pola i oba wyrażenia powinny opisywać poprawnie pole elektromagnetyczne – problem tkwi we właściwym i umiejętnym fizycznym zinterpretowaniu tensorów Minkowskiego i Abrahama – dyskusja i szczegółowa teoretyczna analiza tych tensorów wykracza jednak poza ramy i tematykę niniejszej pracy magisterskiej.

W trzeciej części tej pracy omawiam podstawowe spektroskopowe własności atomu rubidu. W części tej prowadzony jest rachunek wyznaczający współczynnik absorpcji par atomowych rubidu znajdujących się w polu dwóch przeciwbieżnych zanikających fal związanych z laserową wiązką próbkującą i laserową wiązką pompującą - obliczenia dotyczą przejść nadsubtelnych linii D1, w których pompowanie odbywa się na przejściu



natomiast emisja wymuszona i spontaniczna odbywa się dla przejść



W obliczeniach uwzględniono gałąź boczną przejść do nadsubtelnego stanu $F=2$ stanu podstawowego $5^2S_{1/2}$ i dodatkowo poszerzenie się linii widmowej związanej ze skończonym czasem przelotu (efekt tranzytu) atomu przez głębokość obszaru penetracji przez falę zanikającą ośrodka par atomowych rubidu. Głębokość penetracji ośrodka par atomowych rubidu przez falę zanikającą jest odwrotnie proporcjonalna do wartości modułu wektora falowego pola zanikającego prostopadłego do powierzchni dielektryka:

$$d = \frac{1}{|ik_0 \sqrt{n^2 \sin^2 \theta} - 1|},$$

i zmieniała się w doświadczeniu od $0.6 \mu\text{m}$ do $0.2 \mu\text{m}$ – dla tak małych wartości czasu przelotu atomu przez obszar penetracji może być znacznie krótszy od czasu życia atomu ze względu na emisję spontaniczną i w związku z tym poszerzenie linii widmowej może być znaczne. Obserwacja i pomiar szerokości linii w zarejestrowanych widmach absorpcyjnych była jednym z istotnych elementów niniejszej pracy magisterskiej.

Dwa ostatnie rozdziały poświęcone są omówieniu szczegółów technicznych przeprowadzonego eksperymentu i prezentacji zarejestrowanych widm absorpcyjnych przy użyciu bezdopplerowskiej spektroskopii w fali zanikającej.

Wstęp ten byłby z mojego punktu widzenia niekompletny gdyby nie wspomniał nic na temat najwybitniejszego fizyka w dziejach ludzkości Izaaka Newtona. Doświadczenia w dziedzinie optyki i sposób, w jaki zostały wykonane i opisane przez Izaaka Newtona w Jego słynnym dziele "*Opticks or A Treatise of Reflections, Inflection & Colours of Light*" wydanego w 1703 roku są znakomitą lekcją sztuki naukowego myślenia jak i mistrzostwa wykonywania i konstruowania doświadczeń. To właśnie Izaak Newton jako pierwszy w doświadczeniach optycznych używał wąskich wiązek światła, soczewek, aby uzyskać ostre obrazy, przyrządy optyczne ustawiane były w dużych odległościach tak, aby możliwie zwiększyć dokładność pomiarów [typowa odległość pryzmatu od ekranu w eksperymentach Newtona to 24 stopy]. Jednym z najelegantszych pomysłów eksperymentalnych Izaaka Newtona było wykorzystanie między innymi **zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia**. W dodatku A na końcu niniejszej pracy magisterskiej znajduje się kopia oryginalnego tekstu Izaaka Newtona dotycząca opisu tego doświadczenia – wydrukowany materiał jest kopią elektroniczną fragmentu książki: Sir Izaak Newton, *Opticks or A Treatise of Reflections, Refraction, Inflection & Colours of Light*, [Based on the Forth Edition, 1730], **Dover Publications, Inc. New York 1979**, i został wykorzystany tylko i wyłącznie w tej pracy magisterskiej.

Rozdział 1

Pole elektromagnetyczne i jego własności



1.1 Równania Maxwella [3], [11], [12]

Teoria Maxwella jest makroskopową teorią pola elektromagnetycznego. W teorii tej pole elektromagnetyczne w dowolnym ośrodku opisywane jest przez cztery wielkości: natężenie pola elektrycznego \mathbf{E} , natężenie pola magnetycznego \mathbf{H} , indukcję pola elektrycznego \mathbf{D} i indukcję pola magnetycznego \mathbf{B} . W izotropowym ośrodku jednorodnym ilość wektorów pola niezbędnych do opisu zjawisk elektromagnetycznych redukuje się do dwóch, gdyż wektory pola są proporcjonalne do siebie:

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon \vec{\mathbf{E}} \quad , \quad \vec{\mathbf{B}} = \mu \vec{\mathbf{H}} . \quad (1.1)$$

Stałe współczynniki ε i μ noszą, odpowiednio, nazwy przenikalności elektrycznej i przenikalności magnetycznej ośrodka. Próżnia jest traktowana jako jednorodny izotropowy ośrodek o określonych wartościach ε i μ , które oznacza się przez ε_0 i μ_0 i nazywa odpowiednio przenikalnością elektryczną i magnetyczną.

Zgodnie z teorią Maxwella wektory pola w dowolnym ośrodku spełniają układ równań:

$$\boxed{\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{\mathbf{B}} = 0 \quad , \quad \operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} = 0 \quad , \\ \operatorname{div} \vec{\mathbf{D}} = \rho \quad , \quad \operatorname{rot} \vec{\mathbf{H}} - \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} = \vec{\mathbf{j}} . \end{aligned}} \quad (1.2)$$

W teorii Maxwella średnie wartości pól elektrycznego i magnetycznego są scharakteryzowane przez wektory \mathbf{E} i \mathbf{B} . Wektory \mathbf{D} i \mathbf{H} są związane ze średnimi polami następująco:

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{P}} \quad , \quad \vec{\mathbf{B}} = \mu_0 (\vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{M}}) \quad , \quad (1.3)$$

gdzie wprowadzono jeszcze dwa wektory : wektor polaryzacji \mathbf{P} i wektor namagnesowania \mathbf{M} .

1.1.1 Fale elektromagnetyczne

Falami elektromagnetycznymi nazywamy rozchodzące się w przestrzeni zaburzenia pola elektromagnetycznego. Istnienie fal elektromagnetycznych wynika bezpośrednio z równań Maxwella. W przypadku pola elektromagnetycznego w dużych odległościach od wywołujących je swobodnych ładunków elektrycznych oraz makroskopowych prądów równania te mają postać :

$$\boxed{\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0, & \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned}} \quad (1.4)$$

W przypadku gdy ośrodkiem jest jednorodny i izotropowy dielektryk, to

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \quad \text{i} \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad (1.5)$$

gdzie ε i μ są skalarnymi wielkościami stałymi niezależnymi ani od współrzędnych ani od czasu. W takim przypadku równania Maxwella (1.4) można napisać w postaci:

$$\boxed{\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 0, & \operatorname{div} \vec{H} &= 0. \end{aligned}} \quad (1.6)$$

Na granicy rozdzielającej dwa ośrodki powinny być spełnione następujące warunki brzegowe :

$$\boxed{\begin{aligned} (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) * \vec{n} &= 0, & (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \vec{n} &= 0, \\ (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) * \vec{n} &= 0, & (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{n} &= 0. \end{aligned}} \quad (1.7)$$

\vec{n} - jednostkowy wektor normalny do powierzchni rozdzielającej dwa ośrodki, poprowadzony z ośrodka 2 do ośrodka 1.

Przy zadanych warunkach brzegowych i początkowych tj. znanych wartościach wektorów \mathbf{E} i \mathbf{H} w chwili początkowej $t = 0$, układ równań Maxwella ma tylko jedno rozwiązanie.

Z równań Maxwella (1.6) wynika, że wektory natężeń zmiennego pola elektromagnetycznego w ośrodku jednorodnym, izotropowym i nie przewodzącym spełniają równanie falowe:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{E} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0, \\ \Delta \vec{H} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Z powyższych zależności wynika, że zmienne pole elektromagnetyczne rozchodzi się w postaci fal, których prędkość fazowa określona jest parametrami ośrodka ε i μ :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (1.9)$$

Fale elektromagnetyczne są falami poprzecznymi: wektory pola leżą w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji fali.

Warto zwrócić uwagę na fakt, że postać równania falowego (1.8) pod wpływem transformacji Galileusza zmienia się. Równania Maxwella i wzór na siłę Lorentza mamy prawo stosować w dowolnym układzie inercyjnym (**ładunki elektryczne cząstek i ciał nie zależą od wyboru inercyjnego układu odniesienia**). To co jeden obserwator interpretuje jako proces elektryczny, drugi może uważać za magnetyczny, przewidywany natomiast rzeczywisty ruch cząsteczki będzie identyczny. Transformacje pod wpływem, których równania Maxwella nie zmieniają swej postaci to transformacje Lorentza (patrz np. [11]).

1.1.2 Twierdzenie Poyntinga. Zasady zachowania energii i pędu dla układu złożonego z naładowanych cząstek i pola elektromagnetycznego

Prawo zachowania energii i pędu dla ładunków i pól jest bezpośrednią konsekwencją równań Maxwella (1.2).

Prawo zachowania energii

Mnożymy wyrażenie na $\text{rot}\mathbf{H}$ z układu równań Maxwella (1.2) skalarnie przez \mathbf{E} , natomiast równanie na $\text{rot}\mathbf{E}$ mnożymy skalarnie przez \mathbf{H} i odejmując otrzymane wyrażenia od siebie otrzymamy następujące równanie:

$$\vec{H} \cdot \text{rot}\vec{E} - \vec{E} \cdot \text{rot}\vec{H} = -\vec{j} \cdot \vec{E} - \vec{D} \cdot \vec{E} - \vec{B} \cdot \vec{H} \quad (1.10)$$

korzystając z poniższych tożsamości:

$$\vec{H} \cdot \text{rot}\vec{E} - \vec{E} \cdot \text{rot}\vec{H} = \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) \quad (1.11)$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) = 2(\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}) \quad (1.12)$$

równanie (1.10) można przekształcić do postaci:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \right) = -\vec{j} \cdot \vec{E} - \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) \quad (1.13)$$

całkowanie równania (1.13) i zastosowanie twierdzenia Gaussa prowadzi do następującego równania:

$$\frac{dW}{dt} = -\int_V \vec{j} \cdot \vec{E} dV - \oint_S \vec{S} \cdot d\vec{S} \quad (1.14)$$

gdzie:

$$\boxed{w = \left| \frac{\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \right|} \quad (1.15)$$

$$W = \int_V w dV = \int_V \left| \frac{\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \right| dV$$

jest szybkością zmian energii pola elektromagnetycznego w obszarze V określoną przez gęstość w energii (energia jednostki objętości),

$$\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}} \quad (1.16)$$

jest **wektorem Poyntinga** interpretowanym jako strumień energii na jednostkę czasu przez jednostkową powierzchnię (prostopadłą do wektora Poyntinga).

Aby poprawnie zinterpretować całkę zawierającą wyrażenie $\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ występującą po prawej stronie równania (1.14) należy zauważyć, że gęstość siły działającej na ładunki jest **gęstością siły Lorentza**:

$$\vec{f}^L = \rho(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \rho\vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (1.17)$$

Pomnożenie (1.17) skalarnie przez wektor prędkości \mathbf{v} prowadzi do wyrażenia:

$$\vec{f}^L \cdot \vec{v} = \rho\vec{E} \cdot \vec{v} = \vec{j} \cdot \vec{E} \quad (1.18)$$

i wyraża pracę pola nad gęstością ładunku przez jednostkę czasu a zatem wyraża moc traconą przez pole w jednostce objętości zamienianą na energię mechaniczną lub ciepłą układu cząstek. Oznaczając całkowitą energię kinetyczną układu cząstek przez T otrzymamy prawo zachowania energii dla ładunków i pól:

$$\boxed{\frac{d}{dt}(T + W) = -\oint_S \vec{S} \cdot d\vec{S}} \quad (1.19)$$

Prawo zachowania pędu dla ładunków i pól

Pomnożenie równania na $\text{rot}\mathbf{H}$ układu równań Maxwella (1.2) wektorowo przez \mathbf{B} ($\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$) oraz pomnożenie równania na $\text{rot}\mathbf{E}$ wektorowo przez \mathbf{D} ($\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$) i następnie po dodaniu otrzymanych równań dostaniemy:

$$\mu\vec{H} \times \text{rot}\vec{H} + \varepsilon\vec{E} \times \text{rot}\vec{E} = -\vec{j} \times \vec{B} + \varepsilon\mu\vec{H} \times \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} - \varepsilon\mu\vec{E} \times \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \quad (1.20)$$

równanie (1.20) można zapisać w postaci:

$$\mu\vec{H} \times \text{rot}\vec{H} + \varepsilon\vec{E} \times \text{rot}\vec{E} = -\vec{j} \times \vec{B} - \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}) \quad (1.21)$$

Wykorzystując tożsamość wektorową:

$$(\vec{a} \text{div}\vec{a} - \vec{a} \times \text{rot}\vec{a})_{\beta} = \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(a_{\alpha} a_{\beta} - \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} a_{\gamma}^2 \right) \quad (1.22)$$

i fakt, że

$$\mu\vec{H} \text{div}\vec{H} + \varepsilon\vec{E} \text{div}\vec{E} \equiv \rho\vec{E} \quad (1.23)$$

z (1.21) otrzymuje się równanie postaci:

$$\frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(\varepsilon E_{\alpha} E_{\beta} + \mu H_{\alpha} H_{\beta} - \delta_{\alpha\beta} \frac{\varepsilon E^2 + \mu H^2}{2} \right) n_{\beta} = \rho\vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} + \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}), \quad (1.24)$$

gdzie n_{β} – to wersory kartezyjskiego układu współrzędnych. Różniczkowane wyrażenie lewej strony równania (1.24) jest **tensoriem napięć Maxwella**:

$$T_{\alpha\beta} = \varepsilon E_{\alpha} E_{\beta} + \mu H_{\alpha} H_{\beta} - \delta_{\alpha\beta} \frac{\varepsilon E^2 + \mu H^2}{2} = E_{\alpha} D_{\beta} + H_{\alpha} B_{\beta} - \delta_{\alpha\beta} \frac{\varepsilon E^2 + \mu H^2}{2}, \quad (1.25)$$

Uwzględniając (1.25) równanie (1.24) można zapisać w skrótowej postaci:

$$\frac{\partial T_{\alpha\beta}}{\partial x_{\alpha}} n_{\beta} = \vec{f}^L + \frac{\partial}{\partial t} (\vec{D} \times \vec{B}). \quad (1.26)$$

Tensor napięć Maxwella opisany równaniem (1.25) jest symetryczny jedynie w próżni i w ośrodkach izotropowych. Całkując równanie (1.26) po dowolnej objętości zawierającej pole elektromagnetyczne otrzymuje się:

$$\int_V \frac{\partial T_{\alpha\beta}}{\partial x_{\alpha}} n_{\beta} dV = \int_V \vec{f}^L dV + \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\vec{D} \times \vec{B}) dV, \quad (1.27)$$

Pierwsza całka prawej strony równania (1.27) z drugiego prawa Newtona jest równa:

$$\int_V \vec{f}^L dV = \frac{d\vec{P}}{dt}, \quad (1.28)$$

gdzie \vec{P} jest pędem cząstek zawartych w objętości V . Stosując twierdzenie Gaussa do lewej strony równania (1.27) otrzymuje się:

$$\int_V \frac{\partial T_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} n_\beta dV = \oint_S T_{\alpha\beta} n_\alpha^\perp n_\beta dS, \quad (1.29)$$

Wyrażenie $T_{\alpha\beta} n_\alpha^\perp n_\beta dS$ opisuje siły działające na infinitezymalne powierzchnie dS do których normalne mają składowe n_α^\perp . Wyrażenie podcałkowe drugiej całki prawej strony równania (1.27) jest gęstością pędu pola elektromagnetycznego, którą oznaczamy:

$$\vec{g} = \vec{D} \times \vec{B}, \quad (1.30)$$

Dla pola elektromagnetycznego w próżni:

$$\vec{g} = \vec{D} \times \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \vec{E} \times \vec{H} = \left(\frac{1}{c^2} \right) \vec{E} \times \vec{H} = \vec{S}/c^2. \quad (1.31)$$

Całka z gęstości pędu pola określonej w równaniu (1.30) wyznacza pęd pola w objętości V :

$$\vec{G} = \int_V \vec{g} dV. \quad (1.32)$$

Uwzględniając wyrażenia (1.28), (1.29), (1.32) w równaniu (1.27) uzyskamy **prawo zachowania pędu** dla układu złożonego z cząstek i pola elektromagnetycznego:

$$\boxed{\frac{d}{dt}(\vec{P} + \vec{G}) = \oint_S T_{\alpha\beta} n_\alpha^\perp n_\beta dS}. \quad (1.33)$$

Jeżeli na powierzchni granicznej $T_{\alpha\beta} = 0$, to prawo zachowania (1.33) ma postać:

$$\frac{d}{dt}(\vec{P} + \vec{G}) = 0. \quad (1.34)$$

Wzór (1.33) jest prawem Newtona: całkowity przyrost pędu pól i ładunków w objętości V równy jest sumie sił działających na daną objętość. Siły te daje się zapisać w postaci sił powierzchniowych działających na powierzchnię ograniczającą objętość V .

1.2 Elementy teorii Maxwella w ujęciu relatywistycznym [11],[12].

1.2.1 Tensor pola elektromagnetycznego

W elektrodynamice wygodnie jest wyrażać natężenie pola elektrycznego \mathbf{E} i indukcję magnetyczną \mathbf{B} przez potencjały: wektorowy \mathbf{A} i skalarny φ . Odpowiednie wzory mają postać:

$$\vec{\mathbf{B}} = \text{rot}\vec{\mathbf{A}}, \quad \vec{\mathbf{E}} = -\text{grad}\varphi - \frac{\partial\vec{\mathbf{A}}}{\partial t} \quad (1.35)$$

Trzy składowe przestrzenne wektora \mathbf{A} i składowa skalarna φ tworzą czterowymiarowy potencjał pola:

$$A^i = (\varphi, \vec{\mathbf{A}}) \quad (1.36)$$

Jak się okazuje składowe natężeń pól elektrycznego i magnetycznego są składowymi jednego czterotensora pola elektromagnetycznego:

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}, \quad (1.37)$$

co można skrótowo zapisać:

$$F_{ik} = (\vec{\mathbf{E}}, \vec{\mathbf{B}}), \quad F^{ik} = (-\vec{\mathbf{E}}, \vec{\mathbf{B}}) \quad (1.38)$$

1.2.2 Relatywistyczna postać równań Maxwella.

Pierwsza para równań Maxwella układu (1.2):

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad , \quad \operatorname{rot} \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j} \quad . \quad (1.39)$$

może być zapisana przy wykorzystaniu tensora pola elektromagnetycznego w postaci:

$$\boxed{\frac{\partial f_{ik}}{\partial x_k} = j_i \quad , \quad j_i = (c\rho, -\vec{j}) \quad ,} \quad (1.40)$$

Druga para równań Maxwella układu (1.2) :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad , \quad \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad , \quad (1.41)$$

może być zapisana przy użyciu tensora pola elektromagnetycznego w postaci:

$$\boxed{\frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x_i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x_k} = 0 \quad ,} \quad (1.42)$$

1.2.3 Tensor energii -pędu-napięć pola elektromagnetycznego w próżni.

Energia i pęd pola elektromagnetycznego wchodzi w skład tensora, w którym oprócz energii (skalara, w przypadku trójwymiarowym) i pędu (trójwymiarowego wektora), zawarty jest jeszcze trójwymiarowy tensor napięć Maxwella.

Gęstość czterosiły

$$f_i = (1/c) F_{ik} j_k = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1.43)$$

możemy zapisać jako dywergencję tensora trójwymiarowego energii-pędu-napięć T_{ik} (równanie 1.25):

$$T_{ik} = \frac{1}{c} F_{im} f_{mk} + \frac{1}{4c} \delta_{ik} (F_{sn} f_{sn}) \quad (1.44)$$

$$\frac{\partial f_{kl}}{\partial x_l} = s_k \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x_k} = -\frac{\partial F_{kl}}{\partial x_i} \quad (1.46)$$

Składowe przestrzenne tensora energii -pędu-napięć T_{ik} pokrywają się ze składowymi tensora napięć Maxwella. Składowe T_{0k} są proporcjonalne do gęstości pędu pola elektromagnetycznego, natomiast składowe T_{i0} są proporcjonalne do strumienia energii. Macierz tensora energii -pędu-napięć pola elektromagnetycznego w próżni ma postać:

$$T = \begin{pmatrix} w & cg_x & cg_y & cg_z \\ \frac{1}{c} S_x & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ \frac{1}{c} S_y & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ \frac{1}{c} S_z & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} w & c\vec{g} \\ \frac{1}{c} \vec{S} & T_{\alpha\beta} \end{pmatrix}. \quad (1.47)$$

Jak widać w teorii relatywistycznej pola elektromagnetycznego tensor napięć Maxwella, pęd i energia utworzyły jeden tensor (w próżni) - tensor - energii-napięć. Prawa zachowania pędu i energii zawarte są w jednym równaniu. **Fundamentalną własnością tensora energii -pędu-napięć jest jego symetria.**

Dla pola elektromagnetycznego w próżni od razu otrzymuje się związek pomiędzy gęstościami strumienia pędu i energii:

$$\boxed{\bar{S} = \bar{g}c^2.} \quad (1.48)$$

1.2.4 Tensor energii-pędu-napięć pola elektromagnetycznego w ośrodku materialnym. Tensor Minkowskiego i tensor Abrahama. Pęd pola elektromagnetycznego w ośrodku materialnym [9], [10], [11], [27].

Szczegółową dyskusję i analizę tensora Minkowskiego i tensora Abrahama prezentuje praca [9]. Zagadnienie wymiany energii i pędu dla ośrodka materialnego w polu elektromagnetycznym jest skomplikowane. Okazuje się, że tensor energii -pędu-napięć w jednorodnym izotropowym ośrodku ma taką samą postać jak w próżni. Jednak współczynniki proporcjonalności dla składowych przestrzennych i czasowych tensorów F_{kl} i f_{kl} w ośrodku nie są jednakowe i tensor T_{ik} określony równaniem (1.44) jest niesymetryczny w przeciwieństwie do tensora określonego w (1.25). Składowe przestrzenne są w ośrodku izotropowym symetryczne (różnią się jedynie od składowych przestrzennych tensora w próżni wartościami ε i μ). Składowe czasowe wynoszą:

$$\boxed{T_{0i} = c\varepsilon\mu(\vec{E} \times \vec{H})_i = (1/c)(\varepsilon\mu/\varepsilon_0\mu_0)S_i,} \quad (1.49)$$

$$i = 1, 2, 3.$$

$$\boxed{T_{i0} = (1/c)(\vec{E} \times \vec{H})_i = (1/c)S_i,} \quad (1.50)$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Tensor energii-pędu-napięć jest zatem niesymetryczny w jednorodnym izotropowym ośrodku. Tensor ten nazywa się *tensorem Minkowskiego*. Oto jego pełna postać:

$$T_{ik}^M = \begin{pmatrix} w & -(1/c)n^2S_x & -(1/c)n^2S_y & -(1/c)n^2S_z \\ -(1/c)n^2S_x & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ -(1/c)n^2S_y & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ -(1/c)n^2S_z & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w & -(1/c)n^2\vec{S} \\ -(1/c)\vec{S} & T_{\alpha\beta} \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

gdzie n to współczynnik załamania: $n = \sqrt{\mu\varepsilon/\mu_0\varepsilon_0}$.

Gęstość pędu reprezentowana jest przez składowe (T_{01}, T_{02}, T_{03}) i wynosi

$$\mathbf{g}^M = (n^2/c^2)\mathbf{S} = \mathbf{D} \times \mathbf{B} \quad . \quad (1.52)$$

Wskaźnik „M” oznacza, że gęstość ta odnosi się do tensora Minkowskiego.

Tensor ten został wyliczony przez Hermana Minkowskiego na początku ubiegłego wieku [25]. Wkrótce po publikacji artykułu [25] Hermana Minkowskiego ukazał się artykuł Abrahama [26], w którym niesymetryczna postać tensora Minkowskiego została poddana krytyce. Ze względu na bardzo bliski związek w relatywistyce pomiędzy pędem i strumieniem energii Abraham zaproponował i wyliczył symetryczną postać tensora energii -pędu-napięć dla ośrodka materialnego.

Tensor ten ma postać:

$$T_{ik}^A = \begin{pmatrix} \mathcal{W} & -c\vec{g}^A \\ -(1/c)\vec{S} & T_{\alpha\beta} \end{pmatrix}, \quad \vec{g}^A = \mathbf{g}^A = (1/c^2)\vec{S} \quad (1.53)$$

gdzie w określone jest w równaniu (1.15).

Tensor, który zapewnia rozdzielenie pędu całkowitego na pęd pola i pęd ośrodka musi być symetryczny. Wprowadzenie tensora Abrahama pociąga za sobą pojawienie się **siły objętościowej** działającej na ośrodek.

Gęstość siły Abrahama (siła objętościowa działająca na ośrodek) opisuje następujące wyrażenie:

$$\boxed{\vec{f}^A = \frac{\partial}{\partial t}(\vec{g}^M - \vec{g}^A) = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \vec{D} \times \vec{B} - \frac{1}{c^2} \vec{E} \times \vec{H} \right\}} \quad (1.54)$$

W ośrodku izotropowym:

$$\boxed{\vec{f}^A = \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\mu - \varepsilon_0\mu_0)\vec{S} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{n^2 - 1}{c^2}\vec{S}\right)}. \quad (1.55)$$

W ogólnym przypadku podział pędu pola elektromagnetycznego na pęd pola i na pęd samego ośrodka nie jest możliwy. Można jednak usiłować to zrobić za pomocą tensora Abrahama. Przy przechodzeniu fali świetlnej z próżni do ośrodka pęd nie jest całkowicie przenoszony do materii wraz z falą: część pędu przejmuje sam ośrodek, resztę unosi fala. Całkowity przekaz pędu uwzględnia tensor Minkowskiego.

Dwa różne tensory prowadzą do różnych wyrażen na gęstość pędu pola w ośrodku. Przez wiele lat kontrowersja Abrahama-Minkowskiego była przedmiotem wielu gorących i licznych dyskusji trwających w zasadzie do dnia dzisiejszego. W dyskusjach tych starano się rozstrzygnąć, które z wyrażen zapisanych w równaniach (1.52) i (1.53) na gęstość pędu pola elektromagnetycznego jest rzeczywiście prawidłowe - ciekawe, że liczba zwolenników formuły Minkowskiego była mniej więcej równa liczbie zwolenników formuły Abrahama. Oba tensory spełniają podstawowe równanie (1.26), które jest konsekwencją równań pola - a zatem z punktu widzenia teoretycznego oba tensory powinny prawidłowo opisywać pole w ośrodku materialnym. Symetryczny tensor Abrahama prowadzi do pojawienia się siły objętościowej danej równaniem (1.57), którą można doświadczalnie zmierzyć (jedno z takich doświadczeń omawiane jest w książce [6] strona 205) - oczywiście również można doświadczalnie potwierdzić słuszność Minkowskiego - obserwacja przekazu pseudo-pędu wyrażonym równaniem zgodnym z formułą Minkowskiego (1.52) przez falę zanikającą do atomów rubidu próbuje uczynić niniejsza praca magisterska.

W 1971 roku Blount [27] zastosował w analizie kontrowersji Minkowskiego-Abrahama pojęcie pseudo-pędu, wielkości dobrze znanej w fizyce ciała stałego. Wyrażenie Abrahama $\mathbf{E} \times \mathbf{B} / c^2$ zinterpretował jako gęstość pędu natomiast formułę Minkowskiego $\mathbf{D} \times \mathbf{B}$ jako gęstość pseudo-pędu. Pęd oczywiście jest wielkością zachowawczą na mocy jednorodności przestrzeni w której prawa fizyki są niezmiennicze względem przesunięć współrzędnych przestrzennych. Pseudo-pęd może być wielkością również zachowawczą pod warunkiem, że ośrodek materialny jest jednorodny i w którym prawa fizyki są niezmiennicze względem translacji współrzędnych materiałowych.

Interesujące wyprowadzenie praw zachowania pędu i pseudo-pędu dla pola elektromagnetycznego oddziaływującego z ośrodkiem dielektrycznym prezentuje praca Nelsona [9]. Prawa zachowania pędu i pseudo-pędu są wyprowadzone z bardzo ogólnego nierelatywistycznego Lagrangianu dla pola elektromagnetycznego oddziaływującego z ośrodkiem dielektrycznym.

Lagrangian L składa się z sumy trzech części : (i) Lagrangianu ośrodka materialnego L_M , (ii) Lagrangianu pola elektromagnetycznego L_F , (iii) Lagrangianu oddziaływania pola elektromagnetycznego z ośrodkiem dielektrycznym L_I . Z analizy Lagrangianu L Nelson uzyskuje następujące wyrażenia (górny wskaźnik "N" oznacza, że gęstość ta wyprowadzona została przez Nelsona, dolny wskaźnik "p" oznacza, że jest to gęstość pseudo-pędu):

(i) gęstość pędu fali elektromagnetycznej w ośrodku ma postać:

$$\boxed{\mathbf{g}^N = \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}}, \quad (1.56)$$

w przeciwieństwie do gęstości pędu uzyskanej przez Abrahama danej wyrażeniem (1.53).

(ii) gęstość pseudo-pędu fali elektromagnetycznej w ośrodku dyspersyjnym w nieobecności odkształceń mechanicznych ośrodka materialnego ma postać:

$$\boxed{\mathbf{g}_p^N = \vec{P} \times \vec{B}}, \quad (1.57)$$

różnej od postaci Minkowskiego $\mathbf{D} \times \mathbf{B}$ zinterpretowanej przez Blounta [27] jako wyrażenie reprezentujące gęstość pseudo-pędu fali elektromagnetycznej w ośrodku.

Nelson w swoim artykule przedstawia nową interpretację wyrażenia na gęstość pędu Minkowskiego $\mathbf{D} \times \mathbf{B}$. W nieobecności odkształceń ośrodka wielkość $\mathbf{D} \times \mathbf{B}$ reprezentuje niedispersyjną część sumy wyrażen na gęstość pędu fali elektromagnetycznej danej równaniem (1.56) i gęstość pseudo-pędu danej równaniem (1.57):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (1.58)$$

i wykorzystując równanie (1.58) na wektor polaryzacji \mathbf{P} ośrodka w wyrażeniu będącym sumą wyrażen (1.57) i (1.56) otrzymamy:

$$\boxed{\vec{P} \times \vec{B} + \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}} = (\vec{D} - \varepsilon_0 \vec{E}) \times \vec{B} + \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} = \vec{D} \times \vec{B} - \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} + \varepsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} = \boxed{\vec{D} \times \vec{B}}. \quad (1.59)$$

co jest równe wyrażeniu (1.52) otrzymanym przez Minkowskiego.

Sumę określoną równaniem (1.52) równej w nieobecności odkształceń ośrodka wyrażeniu na gęstość pędu Minkowskiego Nelson nazywa **gęstością pędu fali** i pokazuje, że wielkość ta odgrywa najistotniejszą rolę w oddziaływaniu fali z ośrodkiem. Zasady zachowania pędu fali elektromagnetycznej w ośrodku, pseudo-pędu i pędu fali wyprowadzone są

w wspomnianym artykule [9] z twierdzenia Emmy Noether i równań ruchu otrzymanych z równań Lagrange.

Tabela na rysunku 1.1. przedstawia wyrażenia na gęstości pędu Minkowskiego i Abrahama i interpretację tych wyrażeń podanych przez Blounta [27] i Nelsona [9].

Autor	Rok	Gęstość pędu fali elektromagnetycznej w ośrodku dielektrycznym	Gęstość pseudo- pędu fali elektromagnetycznej w ośrodku dielektrycznym	Gęstość pędu fali w ośrodku dielektrycznym
H.Minkowski	1908	$\mathbf{D} \times \mathbf{B}$		
M.Abraham	1909	$\epsilon_0 \mu_0 \mathbf{E} \times \mathbf{H}$		
E. I. Blount	1971	$\epsilon_0 \mu_0 \mathbf{E} \times \mathbf{H}$	$\mathbf{D} \times \mathbf{B}$	
D. F. Nelson	1991	$\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$	$\mathbf{P} \times \mathbf{B}$	$\mathbf{D} \times \mathbf{B}$

Rys.1.1. Wyrażenia na gęstości pędu fali i pędu i pseudo-pędu fali elektromagnetycznej w ośrodku dielektrycznym otrzymane przez wybranych fizyków ubiegłego wieku. (Wyboru dokonał autor niniejszej pracy magisterskiej według własnego uznania i wyłącznie na użytek tej pracy).

Rozdział 2

**Odbicie i załamanie fal
elektromagnetycznych na płaskiej
granicy pomiędzy dielektrykami
[3], [11], [13], [17], [24].**

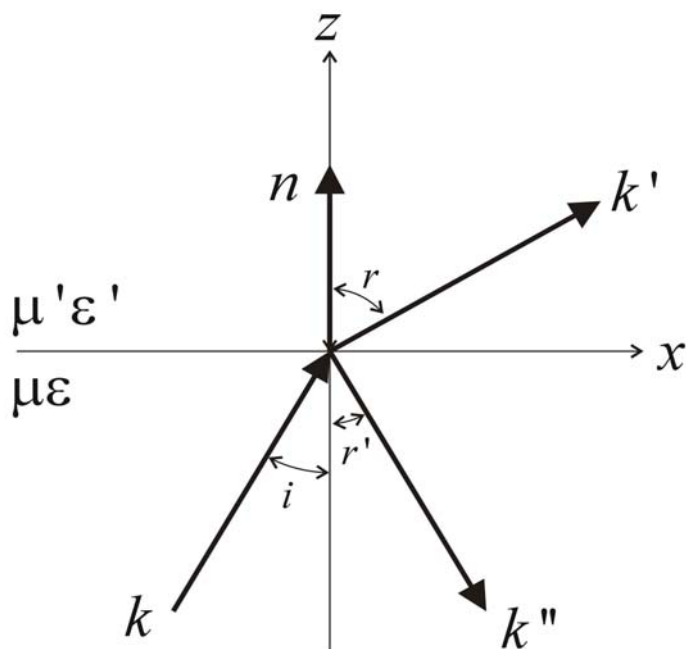
2.1 Równania Fresnela [11]

Monochromatyczna Fala płaska o wektorze falowym \mathbf{k} i częstotliwości ω pada z ośrodka μ, ε na granicę rozdziału dwóch dielektryków o współczynnikach załamania:

$$n = \sqrt{\mu\varepsilon} \quad , \quad n' = \sqrt{\mu'\varepsilon'} \quad . \quad (2.1)$$

Wektory falowe dla fali załamanej i odbitej wynoszą odpowiednio \mathbf{k}' , \mathbf{k}'' a \mathbf{n} jest wektorem jednostkowym normalnym do powierzchni i skierowanym od ośrodka μ, ε do ośrodka μ', ε' .

Układ współrzędnych i oznaczenia stosowane przy rozważaniu zagadnienia pokazane są na rysunku 2.1. :



Rys. 2.1. Obraz promieni świetlnych fali elektromagnetycznej na granicy rozdzielającej dwa ośrodki dielektryczne: \mathbf{k} - wektor falowy fali padającej, \mathbf{k}' - wektor falowy fali załamanej, \mathbf{k}'' - wektor falowy fali odbitej.

Z istnienia warunków dla $z = 0$ (układ równań (1.7)), które muszą być spełnione we wszystkich punktach płaszczyzny i w każdej chwili wynika, że zmiany przestrzenne i czasowe dla wszystkich pól muszą być w $z = 0$ takie same.

Wszystkie czynniki fazowe dla $z = 0$ muszą być sobie równe:

$$(\vec{k} * \vec{x})_{z=0} = (\vec{k}' * \vec{x})_{z=0} = (\vec{k}'' * \vec{x})_{z=0} \quad (2.2)$$

Równanie (2.2) prowadzi do:

$$k \sin i = k' \sin r = k'' \sin r' \quad (2.3)$$

$$k'' = k \Rightarrow i = r' \quad (2.4)$$

Z otrzymanych powyżej równań (2.3) i (2.4) wynika prawo Snella:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{k'}{k} = \sqrt{\frac{\mu' \varepsilon'}{\mu \varepsilon}} = \frac{n'}{n} \quad (2.5)$$

Rozważane pola falowe reprezentowane są przez następujące równania:

$$(i) \text{ fala padająca (i) : } \vec{E} = \vec{E}_{i0} \exp[i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)], \quad k = \vec{k}_i, \quad (2.6)$$

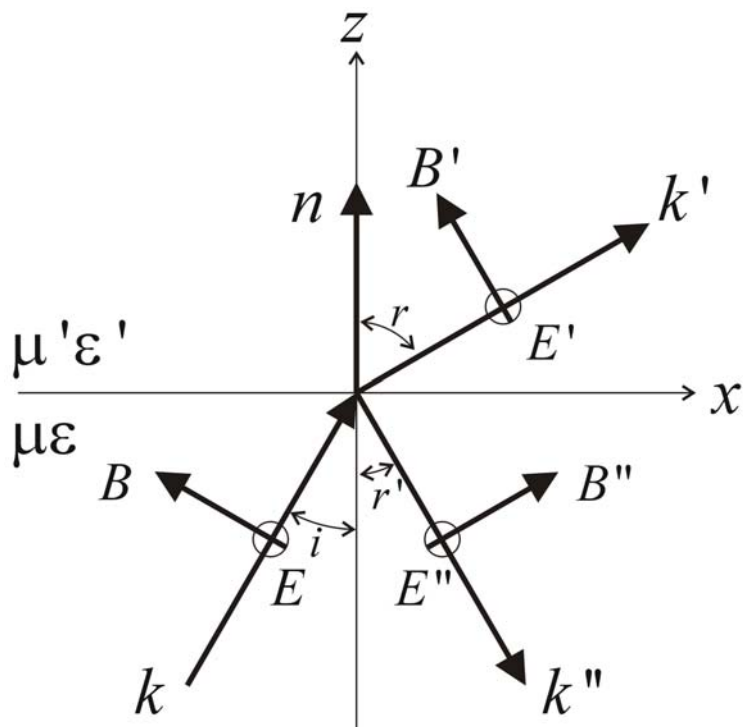
$$(ii) \text{ fala odbita (r) : } \vec{E}'' = \vec{E}_{r0} \exp[i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)], \quad k'' = \vec{k}_r, \quad (2.7)$$

$$(iii) \text{ fala załamana (t) : } \vec{E}' = \vec{E}_{t0} \exp[i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)], \quad k' = \vec{k}_t, \quad (2.8)$$

Własności dynamiczne określone są warunkami brzegowymi ciągłości składowych normalnych **D** i **B** oraz składowych stycznych **E** i **H**. Nakładają one na pola następujące warunki:

$$\begin{aligned} & [\varepsilon(\vec{E}_0 + \vec{E}_0'') - \varepsilon' \vec{E}_0'] \cdot \vec{n} = 0, \\ & [\vec{k} \times \vec{E}_0 + \vec{k}'' \times \vec{E}_0'' - \vec{k}' \times \vec{E}_0'] \cdot \vec{n} = 0, \\ & (\vec{E}_0 + \vec{E}_0'' - \vec{E}_0') \times \vec{n} = 0, \\ & \left[\frac{1}{\mu} (\vec{k} \times \vec{E}_0 + \vec{k}'' \times \vec{E}_0'') - \frac{1}{\mu'} (\vec{k}' \times \vec{E}_0') \right] \times \vec{n} = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Powyższe warunki ciągłości pozwalają na wyliczenie amplitud pola dla fali załamanej ($\vec{E}'' = \vec{E}_{r0}$), padającej ($\vec{E} = \vec{E}_{i0}$) i odbitej ($\vec{E}' = \vec{E}_{r0}$).



Rys. 2.2. Odbicie i załamanie dla polaryzacji s prostopadłej do płaszczyzny padania

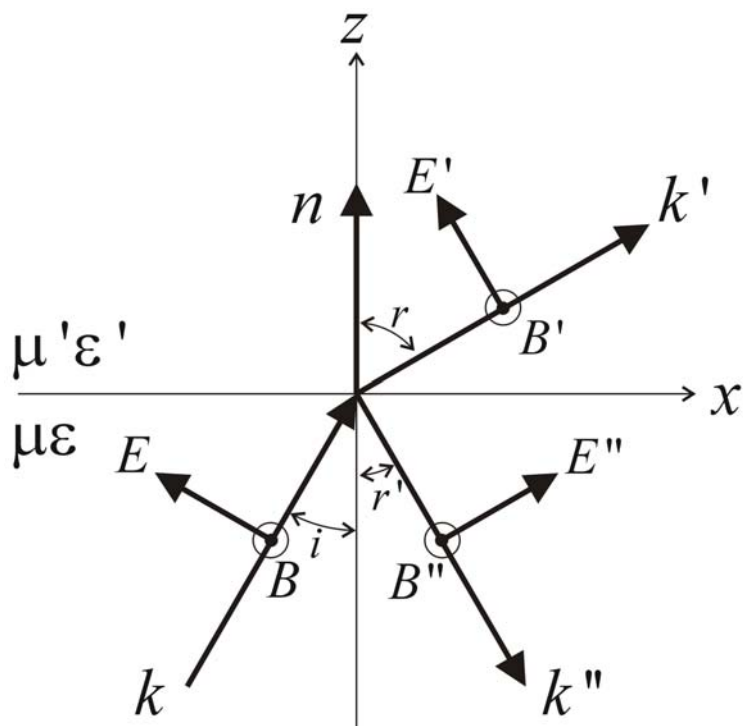
Wzory Fresnela:

dla polaryzacji s:

(2.10)

$$\frac{E_{r0}^\perp}{E_{i0}^\perp} = \frac{\cos i - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i}}{\cos i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i}},$$

$$\frac{E_{t0}^\perp}{E_{i0}^\perp} = \frac{2 \cos i}{\cos i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i}},$$



Rys. 2.3. Odbicie i załamanie dla polaryzacji p równoległej do płaszczyzny padania.

dla polaryzacji p fali padającej :

(2.11)

$$\frac{E_{r0}^\parallel}{E_{i0}^\parallel} = \frac{n_{21}^2 \cos i - \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i}}{n_{21}^2 \cos i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i}},$$

$$\frac{E_{t0}^\parallel}{E_{i0}^\parallel} = \frac{2 n_{21} \cos i}{n_{21}^2 \cos i + \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 i}}.$$

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (2.12)$$

2.2 Całkowite wewnętrzne odbicie

Jeśli monochromatyczna fala płaska pada na granicę rozdziału dielektryków od strony ośrodka optycznie gęstszego ($n_1 > n_2$) wtedy przy $i > \arcsin n_{21}$, $\sin r > 1$ i kąta załamania r w tym przypadku przyjmuje urojone wartości. Dla tej wartości kąta padania moduły amplitud wektora elektrycznego fali padającej i odbitej są sobie równe dla **dowolnego stanu polaryzacji fali padającej** (wynika to wprost ze wzorów Fresnela).

Opisane powyżej zjawisko nazywane jest zjawiskiem całkowitego wewnętrznego odbicia a kąt :

$$i_c = \arcsin n_{21} \quad (2.13)$$

określa się jako kąt graniczny.

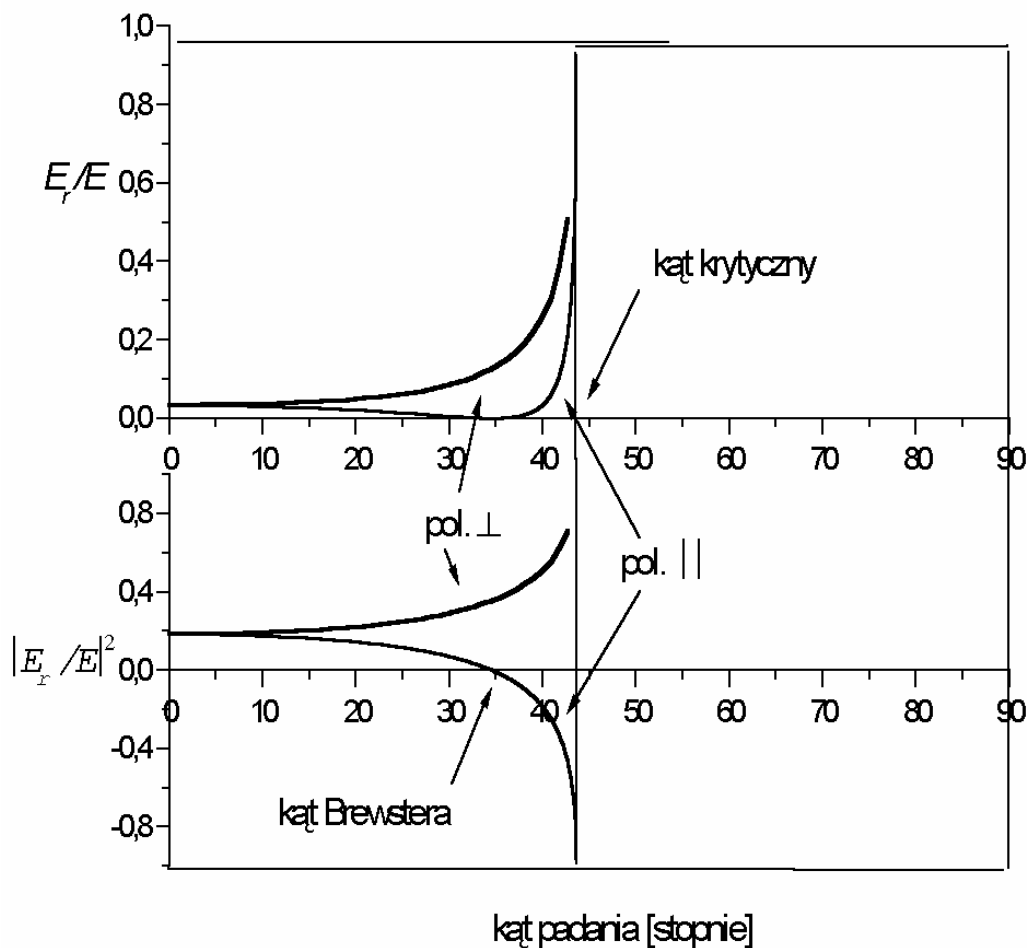
Dla $i > \arcsin n_{21}$ składowa wektora \mathbf{E}_r fali odbitej wiąże się z odpowiednimi składowymi wektora \mathbf{E}_i fali padającej w następujący sposób:

$$\begin{aligned} E_r^{\parallel} &= E_i^{\parallel} e^{i\theta^{\parallel}}, \\ E_r^{\perp} &= E_i^{\perp} e^{i\theta^{\perp}}. \end{aligned}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\theta^{\parallel}}{2} &= \frac{\sqrt{\sin^2 i - n_{21}^2}}{n_{21}^2 \cos i}, \\ \operatorname{tg} \frac{\theta^{\perp}}{2} &= \frac{\sqrt{\sin^2 i - n_{21}^2}}{\cos i}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Na rysunku 2.4. przedstawiono obraz zależności opisanej równaniami (2.14).



Rys. 2.4. Obraz stosunku E_r/E i $|E_r/E|^2$ dla całkowitego wewnętrznego odbicia.

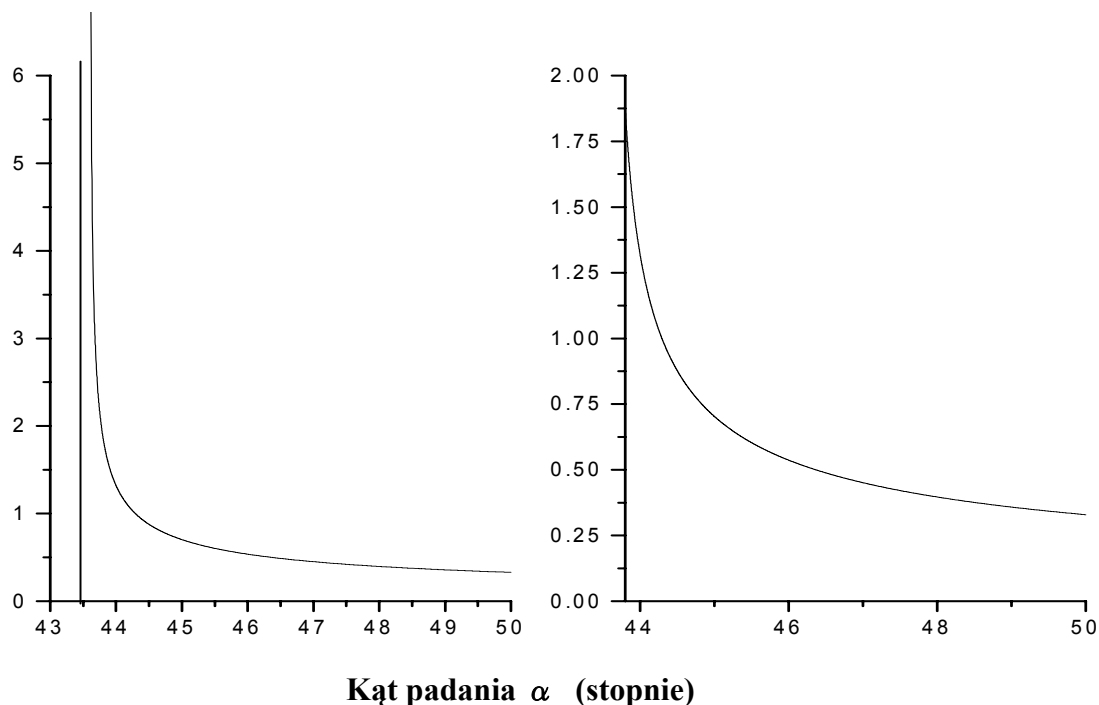
Skoki faz opisane w (2.14), różne dla różnych składowych, powodują zmianę stanu polaryzacji światła odbitego w stosunku do stanu polaryzacji fali padającej. Pomimo całkowitego wewnętrznego odbicia pole elektromagnetyczne w ośrodku rzadszym nie jest zerowe. Wektory falowe wiązki ugiętej są równe:

$$\begin{aligned}
 k_{x,t} &= k_{0,t} n_1 \sin i, \\
 k_{z,t} &= ik_{0,t} n_2 \sqrt{n_1^2 \sin^2 i - n_2^2},
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Czynnik fazowy fali załamanej ma postać:

$$\exp[-ix(1/c)n_1 \sin i] \exp\left[-z(\varpi/c)\sqrt{n_1^2 \sin^2 i - n_2^2}\right]
 \tag{2.16}$$

Oznacza to, że fala załamana rozprzestrzenia się wzdłuż płaszczyzny rozdziału i zanika wykładniczo ze wzrostem odległości od granicy rozdziału. Energia fali przepływa wzdłuż granicy rozdziału. Średni strumień energii przepływający przez powierzchnię graniczną dwóch ośrodków dielektrycznych wynosi 0 – wektor Poyntinga, który reprezentuje przepływ energii przez jednostkę powierzchni w jednostce czasu ma niezerową składową tylko wzdłuż granicy rozdziału. Poniżej na rysunku 2.5 pokazana jest zależność głębokości wnikania pola w optycznie rzadszy ośrodek w funkcji kąta padania (obliczenia przebiegu funkcji są wykonane dla: $\lambda = 795$ [nm], $n_1 = 1.47$ i $n_2 = 1$, kąt graniczny $i_c = \arcsin(1/1.47 = 42.8^\circ$):



Rys. 2.5. Głębokość wnikania jako funkcja kąta padania. Wartości na osi OY podane są w jednostkach długości fali zanikającej w próżni.

2.3 Zjawisko Goosa-Hanchena [13]

Gdy na granicę rozdziału dwóch dielektryków, pada od strony ośrodka gęstszego ograniczona przestrzennie wiązka światła pod kątem większym od kąta granicznego wówczas punkt padania wiązki na płaszczyznę rozdziału i jej punkt odbicia są przestrzennie rozsunięte. Nazywa się to zjawiskiem Goosa-Hanchena. Do wyjaśnienia tego zjawiska można rozważyć ograniczoną przestrzennie wiązkę światła i przedstawić ją jako superpozycję fal płaskich rozprzestrzeniających się w różnych kierunkach i padających na płaszczyznę rozdziału pod nieco różniącymi się kątami. Składowe x wektorów falowych są równe $(k + \Delta k)$ i $(k - \Delta k)$. Amplituda wypadkowa $A(x)$ fali padającej :

$$A(x) = [e^{i\Delta kx} + e^{-i\Delta kx}]e^{ikx} = 2 \cos(\Delta kx)e^{ikx} \quad (2.17)$$

Przesunięcie fazowe jest funkcją kąta padania i i wektora liczby falowej k .

$$\theta(k + \Delta k) = \theta(k) + \frac{\partial \theta}{\partial k} \Delta k, \quad (2.18)$$

Amplituda odbitego pakietu falowego $B(x)$ ma postać :

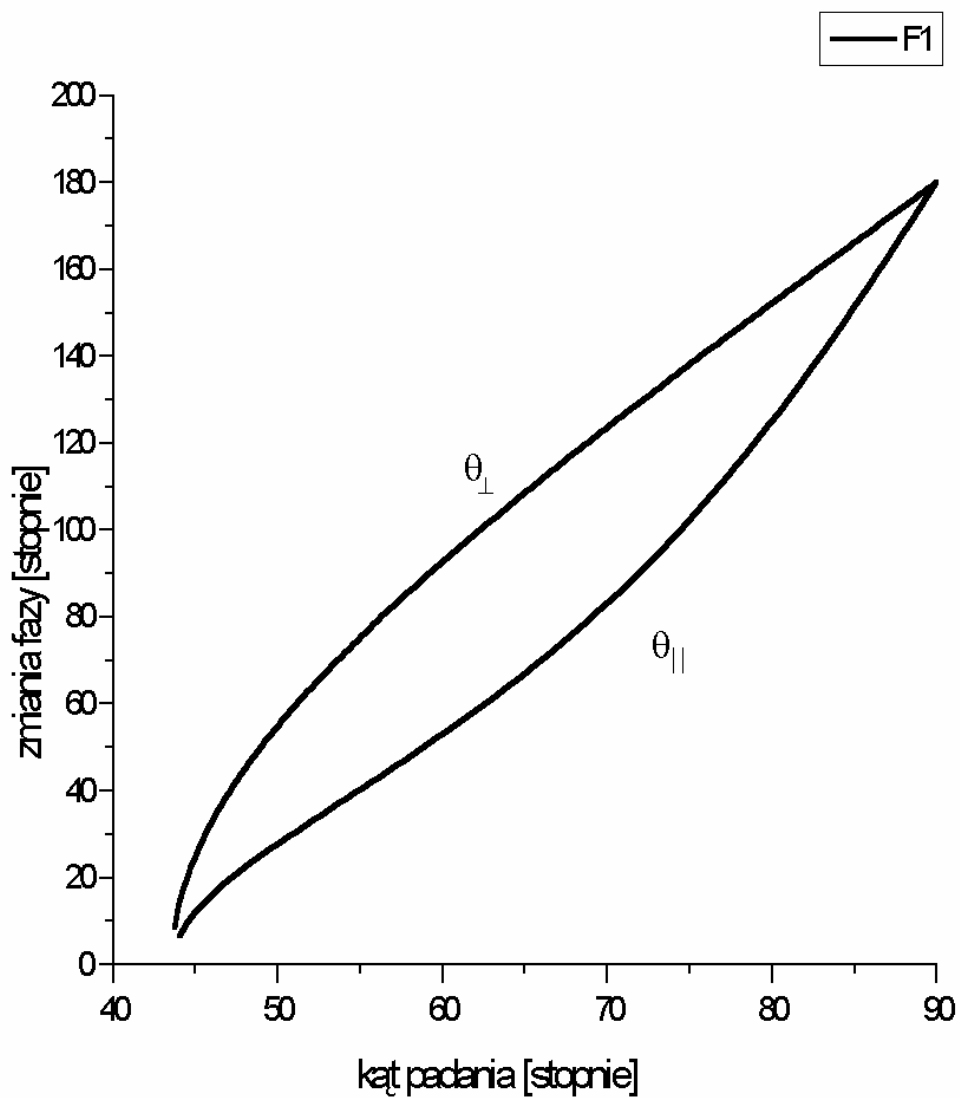
$$A(x) = [e^{i(\Delta kx - \Delta \theta)} + e^{-i(\Delta kx - \Delta \theta)}]e^{i(kx - \theta)} = 2 \cos[\Delta k(x - \frac{d\theta}{dk})]e^{-i(kx - \theta)}, \quad (2.19)$$

Korzystając z wcześniej wyprowadzonych wzorów na skok fazy pomiędzy falą padającą i odbitą (równanie 2.14) można łatwo pokazać, że przesunięcia przestrzenne dla dwóch polaryzacji będą wynosić:

$$x_s^\perp = \frac{d\theta}{dk_x} = \frac{2}{k_i} \frac{tgi}{\sqrt{\sin^2 i - n_{21}^2}}, \quad (2.20)$$

$$x_s^\parallel = \frac{2}{k_i n_{21}^2} \frac{tgi}{\sqrt{\sin^2 i - n_{21}^2}},$$

Rysunek 2.6. ilustruje wykres zmiany fazy fali zanikającej dla dwóch polaryzacji.



Rys. 2.6. Zmiana fazy fali zanikającej.

2.4 Polaryzacja fali zanikającej [17]

Krzysztof Kiersnowski w swojej pracy magisterskiej (patrz referencja [17]) zauważył jako pierwszy, że atomy znajdujące się w pobliżu powierzchni dielektryka wykazują optyczną anizotropię w oddziaływaniu z falą zanikającą. Optyczna anizotropia atomów polega na zależności współczynnika załamania od polaryzacji propagującej się fali w takiej grupie atomów. W przypadku fali zanikającej okazuje się, że silniej pochłaniana jest fala o polaryzacji p niż fala o polaryzacji s. Rysunek 2.7 przedstawia poglądowo oba typy polaryzacji. Blisko powierzchni dielektryka rozkład modów próżni jest przez tą powierzchnię zmodyfikowany co wpływa na stany radiacyjne atomów znajdujących się blisko tej powierzchni. Wspomniany efekt anizotropii związany jest z tym, że takie wielkości jak przesunięcie radiacyjne Δ i szerokość naturalna Γ są różne w zależności od orientacji drgającego dipola atomowego : prostopadle do powierzchni (Δ_t, Γ_t) bądź równoległe (Δ_s, Γ_s) do powierzchni dielektryka.

W pobliżu przejścia między stanami własnymi atomu : ($|i\rangle \rightarrow |j\rangle$) współczynniki absorpcji χ i dyspersji η dla obu kierunków własnych będą wynosić :

$$\chi_t = A \frac{\Gamma_t}{(\nu - \nu_0 - \Delta_t/h)^2 + (\Gamma_t/2)^2}, \quad \chi_p = A \frac{\Gamma_p}{(\nu - \nu_0 - \Delta_p/h)^2 + (\Gamma_p/2)^2}, \quad (2.21)$$

$$\chi_t = B \frac{(\nu - \nu_0 - \Delta_t/h)}{(\nu - \nu_0 - \Delta_t/h)^2 + (\Gamma_t/2)^2}, \quad \chi_p = A \frac{(\nu - \nu_0 - \Delta_p/h)}{(\nu - \nu_0 - \Delta_p/h)^2 + (\Gamma_p/2)^2}, \quad (2.22)$$

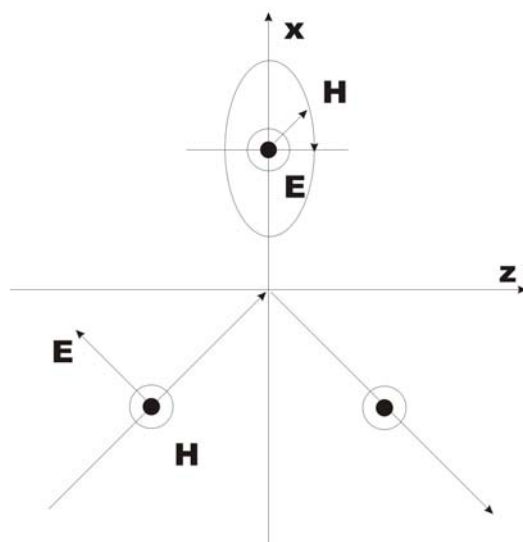
Wielkości, które charakteryzują anizotropię optyczną to : część urojona różnicy współczynników załamania dla polaryzacji równoległej i prostopadłej (różnica współczynników absorpcji) zwana dichroizmem:

$$\varepsilon = \text{Im}(n_t - n_p) \quad (2.23)$$

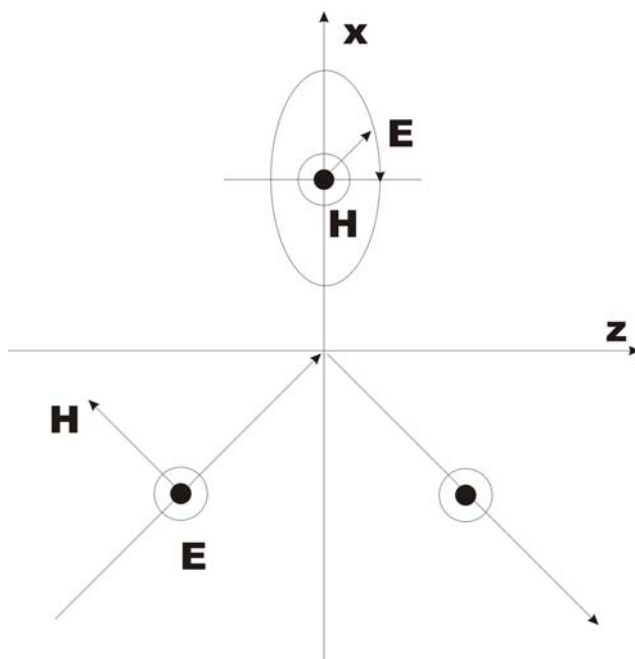
oraz część rzeczywista różnicy tych współczynników załamania zwana dwójłomnością:

$$\delta = \text{Re}(n_t - n_p) \text{ gdzie } n_t = \eta_t - i\chi_p \quad \text{ i } \quad n_p = \eta_p - i\chi_p \quad (2.24)$$

W pracy [17] Krzysztofa Kiersnowskiego opisany jest szczegółowo sposób eksperymentalnej obserwacji anizotropii optycznej par atomowych w pobliżu powierzchni dielektryka.



a)



b)

Rys. 2.7. Polaryzacja fali zanikającej w całkowitym wewnętrznym odbiciu: (a) polaryzacja równoległa, (b) polaryzacja prostopadła (rysunki zrobione na podstawie [24] strona 11).

2.5 Równania Fresnela dla fali zanikającej [28]

Równania Fresnela na współczynnik transmisji i odbicia można również sformułować dla przypadku w którym wiązka świetlna jest w całkowitym wewnętrznym odbiciu:

$$\sin \theta_t = n \sin \theta_i > 1, \quad (2.25)$$

Prawo Snella możemy zapisać w postaci:

$$\cos \theta_t = i\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}, \quad (2.26)$$

Wektory polaryzacji i wektory falowe mają taką samą postać jak zwykle wektory z tą tylko różnicą, że kąt θ_t jest kątem zespolonym. Polaryzacje i wektor falowy dla pola padającego z obszaru dielektryka na powierzchnię graniczną i wektor falowy pola transmitowanego w obszar ośrodka optycznie rzadszego wynoszą:

$$\hat{k}_i = nk_0(\sin \theta_i, 0, \cos \theta_i) , \quad (2.27)$$

$$\hat{k}_t = k_0(\sin \theta_i, 0, \cos \theta_i) , \quad (2.28)$$

$$\hat{s}_i = \hat{s}_t = (0, 1, 0) , \quad (2.29)$$

$$\hat{p}_i = (-\cos \theta_i, 0, \sin \theta_i) , \quad (2.30)$$

$$\hat{p}_t = (-\cos \theta_i, 0, \sin \theta_i) , \quad (2.31)$$

Współczynniki transmisji i odbicia wyrażone są w następującej postaci:

$$r_s = \frac{n \cos \theta_i - \cos \theta_t}{n \cos \theta_i + \cos \theta_t} = \frac{n \cos \theta_i - i\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}}{n \cos \theta_i + i\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}} , \quad (2.32)$$

$$t_s = \frac{2n \cos \theta_i}{n \cos \theta_i + \cos \theta_t} = \frac{2n \cos \theta_i}{n \cos \theta_i + i\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}} , \quad (2.33)$$

$$r_p = \frac{\cos \theta_i - n \cos \theta_t}{\cos \theta_i + n \cos \theta_t} = \frac{\cos \theta_i - in\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}}{\cos \theta_i + in\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}} , \quad (2.34)$$

$$t_p = \frac{2n \cos \theta_i}{\cos \theta_i + n \cos \theta_t} = \frac{2n \cos \theta_i}{\cos \theta_i + in\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_i - 1}} . \quad (2.35)$$

Natężenie pola propagującego się w ośrodku dielektrycznym wynosi:

$$I_{j,i} = \frac{1}{2} n \varepsilon_0 c |E_{j,i}|^2, \quad (2.36)$$

Natężenie fali zanikającej dla polaryzacji $j \equiv \{s,p\} = \{TE, TM\}$ jest równe:

$$I_{j,t} = \frac{1}{2} n \varepsilon_0 c |E_{j,t}|^2, \quad T_j = I_{j,t} / I_{j,i}, \quad (2.37)$$

$$T_p = (1/n) \bar{t}_p t_p (\bar{p}_t p_t) \quad i \quad T_s = (1/n) \bar{t}_s t_s. \quad (2.38)$$

Natężenie wiązki laserowej propagującej się w pryzmacie określona jest natężeniem przed wejściem do ośrodka:

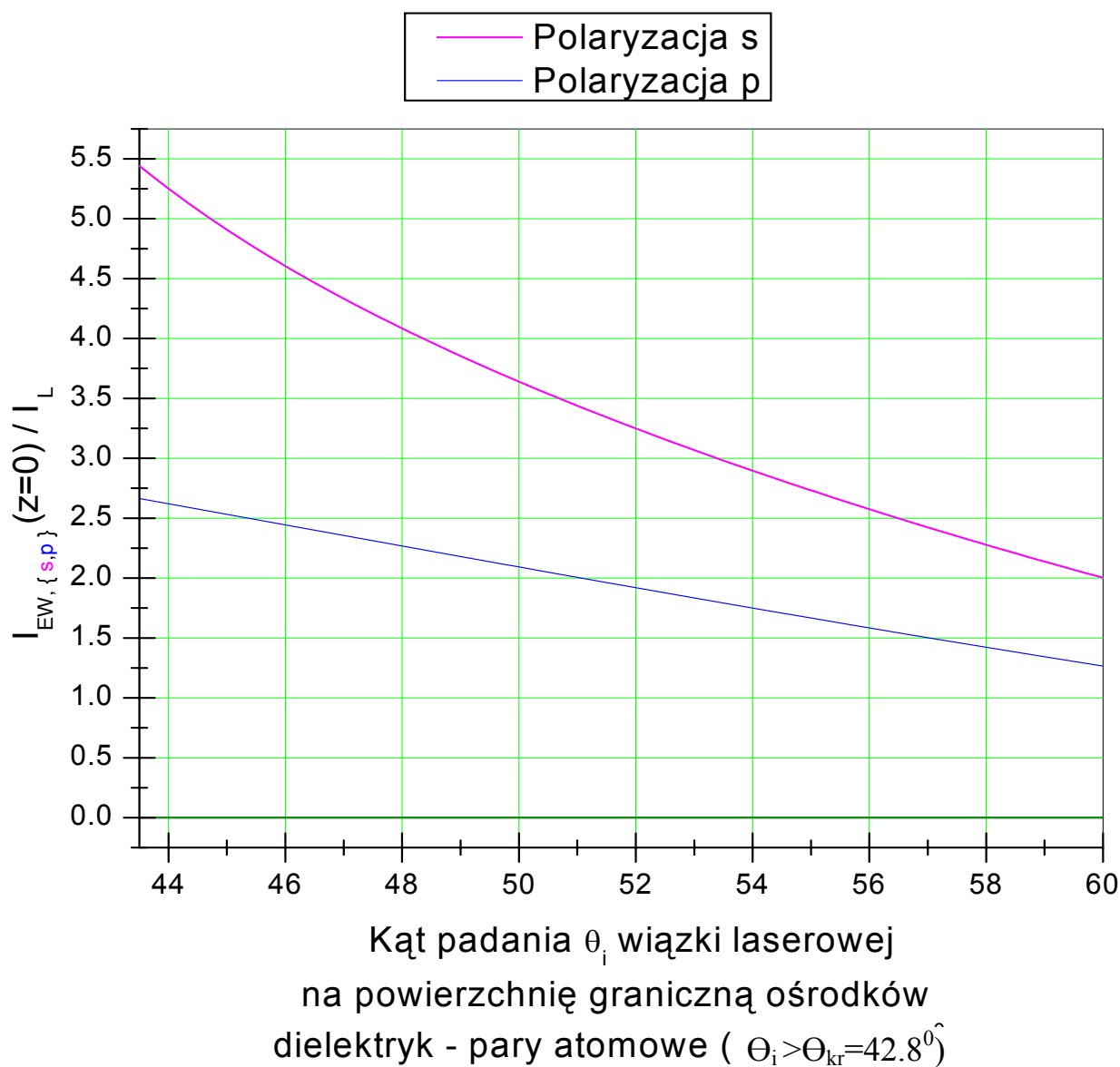
$$T_L = \frac{I_{j,i}}{I_L}, \quad T_L \cong \sim 4n/(n+1)^2 = 0.96, \quad n = 1.47, \quad (2.39)$$

Natężenie fali zanikającej na powierzchni granicznej $z=0$ będzie większe w stosunku do natężenia fali odbitej od powierzchni dielektryka w całkowitym wewnętrznym odbiciu i to wielokrotnie:

$$p: \quad T_j = \frac{I_{j,t}}{I_L} \Rightarrow \quad I_{j,t} = 0.96 I_L \frac{4n \cos^2 \theta_i (2n^2 \sin^2 \theta_i - 1)}{\cos^2 \theta_i + n^2 (n^2 \sin^2 \theta_i - 1)}, \quad (2.40)$$

$$s: \quad I_{j,t} = 0.96 I_L \frac{4n \cos^2 \theta_i}{n^2 - 1}. \quad (2.41)$$

Na rysunku nr 2.8 (strona 40) pokazane są przebiegi zmienności współczynników Fresnela dla fali zanikającej wyrażonych równaniami (2.40) i (2.41).



Rys. 2.8 Wartość współczynnika transmisji Fresnela dla fali zanikającej dla polaryzacji s i p.

ROZDZIAŁ 3



**Podstawowe własności
spektroskopowe atomu rubidu.
Lasery diodowe.**

3.1 Schemat poziomów energetycznych atomów rubidu (Rb)

3.1.1 Własności jądrowe podstawowych izotopów rubidu

Pomiary absorpcji fali zanikającej przez atomy rubidu wykonane zostały dla struktury nadsubtelnej linii D_1 tzn. dla przejścia z poziomu podstawowego $5^2S_{1/2}$ do poziomu stanu wzbudzonego $5^2P_{1/2}$.

Naturalna mieszanina rubidu zawiera dwa izotopy różniące się spinem jądrowym. Podstawowe dane fizyczne na temat izotopów umieszczone są w poniższej tabeli [13]:

Izotop	Abundancja [%]	Masa atomowa	Spin jądrowy	Czas połowicznego rozpadu $T_{1/2}$	Rozpad, Energia [MeV]
^{85}RB	72.17	84.911794	5/2-	trwały	
^{87}RB	27.83	86.909187	3/2-	$4.9 \cdot 10^{10}$ lat	β^- (0.273)

Rys.3.1 Tabela podstawowych danych fizycznych izotopów atomu rubidu.

3.1.2 Struktura nadsubtelna stanów energetycznych atomów rubidu (Rb)

Struktura nadsubtelna jest wynikiem oddziaływania momentu magnetycznego jądra z polem magnetycznym wytworzonym przez elektrony i elektrycznego momentu kwadrupolowego jądra z gradientem pola elektrycznego. Ruch orbitalny i spiny elektronów wytwarzają w obszarze jądra pole magnetyczne, które wpływa na moment magnetyczny jądra i orientuje przestrzennie spin jądrowy. Moment pędu elektronów \mathbf{J} i jądra \mathbf{I} sprzęgają się dając wypadkowy moment pędu \mathbf{F} :

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}, \quad (3.1.1)$$

którego wartość bezwzględna wynosi:

$$|\vec{F}| = \sqrt{F(F+1)}\hbar. \quad (3.1.2)$$

Kwantowa liczba F całkowitego momentu pędu F może przyjmować następujące wartości:

$$F = J + I, J + I - 1, \dots, J - I. \quad (3.1.3)$$

Z (3.1.4) wynika, że liczba wartości F wynosi:

$$\begin{aligned} (2I+1) & \text{ gdy } I > J, \\ (2J+1) & \text{ gdy } J > I. \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Zatem I i J określają liczbę poziomów struktury nadsubtelnej. Energia oddziaływania nadsubtelnej wynosi:

$$V_{HFS} = A\vec{I} \cdot \vec{J} = \frac{A}{2}[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)], \quad (3.1.6)$$

gdzie A oznacza stałą struktury subtelnej, której wartość określa wielkość rozszczepienia nadsubtelnej struktury energetycznej atomu:

$$A = \frac{g_I \mu_N B_J}{\sqrt{J(J+1)}}, \quad (3.1.7)$$

gdzie μ_N to *magneton jądrowy*

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}, \quad (3.1.8)$$

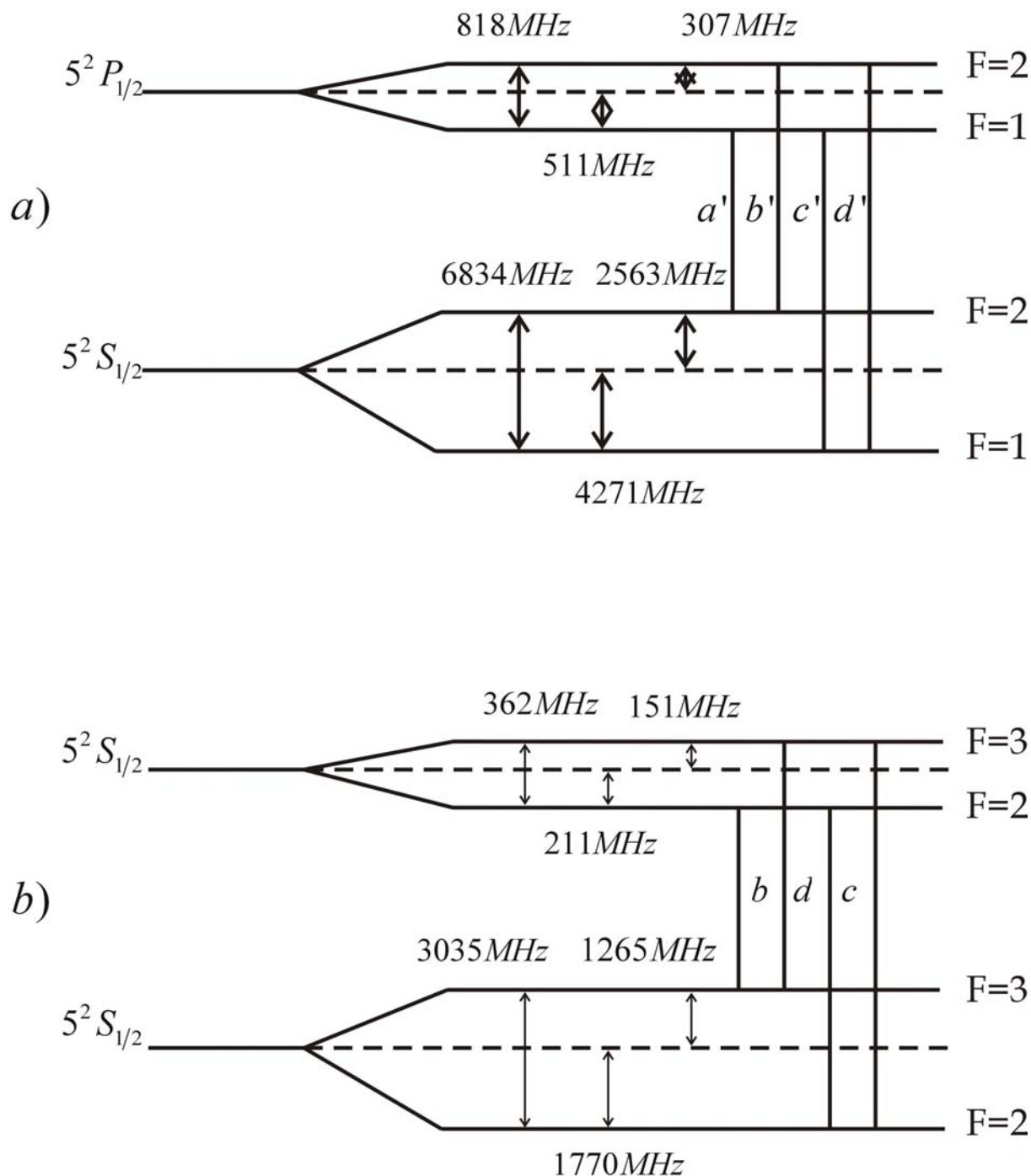
e – ładunek elektronu,

m_p – masa protonu

Dla jąder o spinie $I \geq 1$ oraz w stanach z $J \geq 1$ oddziaływanie elektrycznego momentu kwadrupolowego jądra Q z gradientem pola elektrycznego wytworzonego przez elektrony przesuwa dodatkowo termy struktury nadsubtelnej o wielkość:

$$\Delta E_Q = eQ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \frac{3}{4} \frac{[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)][F(F+1) - I(I+1) - J(J+1) + 1] - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)}. \quad (3.1.9)$$

Rysunek 3.2 przedstawia strukturę nadsubtelną linii D_1 dla dwóch stabilnych izotopów atomu rubidu.



Rys. 3.2. Schemat poziomów energetycznych struktury nadsubtelnej linii D_1 dwóch izotopów rubidu: (a) ^{87}Rb , (b) ^{85}Rb .

3.1.3 Podstawowe wzory i dane spektroskopowe pojedynczego atomu rubidu [23], [24].

Wzory na przekrój czynny σ_0 na absorpcję fotonu przez pojedynczy atom i czas życia poziomu wzbudzonego i parametr nasycenia (przy założeniu liniowej polaryzacji światła laserowego) mają następującą postać:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} (2F'+1)(2J+1) \left\{ \begin{matrix} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{matrix} \right\}_{6j}^2 \left| \langle J \| er \| J' \rangle \right|^2, \quad (3.2.1)$$

Wigner

$$\sigma_{m'm} = \frac{\sigma_{0,m'm}(\gamma/2)^2}{(\Delta - k_{\parallel}v_{\parallel})^2 + (\gamma/2)^2} \quad (3.2.2)$$

$$\sigma_{0,m'm} = \frac{8\pi\omega}{\hbar c\gamma} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \mu^2$$

$$\Gamma_{m'm} = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} (2F'+1)(2J+1) \left\{ \begin{matrix} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{matrix} \right\}_{6j}^2 \left| \langle Fm'_{F'} | F'1(m_F-1)q = \Delta m \rangle \right|^2, \quad (3.2.3)$$

Wigner

Wartości symbolu 6j Wignera i współczynniki Glebsha-Gordana (lub równoważne 3j Wignera) można obliczyć przy użyciu programu *Mathematica*, *Wolfram Research*. Wartości te obliczone dla przejść ($F=2 \rightarrow F=2,3$) i ($F=3 \rightarrow F=2,3$) są dane w tabeli na rysunku (3.3).

D_1 ^{85}Rb $\lambda=794.978$ [nm] $\tau=27.70$ [ns]	$ F=3\rangle \rightarrow F=2\rangle$	$ F=3\rangle \rightarrow F=3\rangle$	$ F=2\rangle \rightarrow F=2\rangle$	$ F=2\rangle \rightarrow F=3\rangle$
<i>Wigner</i> <i>6j-symbol</i> $\begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ F' & F & 5/2 \end{Bmatrix}$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{1}{3\sqrt{5}}$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$
$S_{FF'}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{9}$
τ [s]	$49 \cdot 10^{-9}$ [s]	$60 \cdot 10^{-9}$ [s]	$122 \cdot 10^{-9}$ [s]	$34 \cdot 10^{-9}$ [s]
$\Gamma=1/\tau$ [Hz]	$2\pi \times 3.2 \times 10^6$ [Hz]	$2\pi \times 2.62 \times 10^6$ [Hz]	$2\pi \times 1.3 \times 10^6$ [Hz]	$2\pi \times 4.58 \times 10^6$ [Hz]
I_{sat} [mW/cm ²]	12.13 [mW/cm ²]	10.87 [mW/cm ²]	20.338 [mW/cm ²]	6.841 [mW/cm ²]
$\sigma_{FF'}^0$	$0.55 \cdot 10^{-9}$ [cm ²]	$0.44 \cdot 10^{-9}$ [cm ²]	$0.22 \cdot 10^{-9}$ [cm ²]	$0.78 \cdot 10^{-9}$ [cm ²]

Rys. 3.3 Tabela podstawowych danych spektroskopowych atomu rubidu 85 dla przejść w strukturze nadsubtelnej poziomów energetycznych linii D1.

3.1.4 Podstawowe dane spektroskopowe par atomowych rubidu o gęstości rzędu 10^{14} at/cm³

W swobodnym układzie par atomowych rubidu w równowadze termodynamicznej w temperaturze $T \approx 400$ [K] prawie wszystkie atomy znajdują się w stanie podstawowym. Decyduje o tym duża wartość przerwy energetycznej między stanem podstawowym a pierwszym stanem wzbudzonym. Szacunkowy stosunek liczby atomów w stanie podstawowym do liczby atomów w stanie wzbudzonym przedstawia poniższy rachunek:

$$\begin{aligned} \Delta E = E[5P_{1/2}] - E[5S_{1/2}] &= 2\pi\hbar c / \lambda \cong 2.48 \times 10^{-19} \text{ [J]} \cong \sim 1.5 \text{ [eV]}, \\ \frac{N_{5P_{1/2}}}{N_{5S_{1/2}}} &\cong \exp\left[\frac{-2\pi\hbar c / \lambda}{kT}\right] \cong 2.56 \times 10^{-20}. \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

Gęstości obsadzeń poziomów energetycznych struktury nadsubtelnej $F=2$, $F=3$ poziomu podstawowego $5S_{1/2}$ atomu rubidu w warunkach równowagi termodynamicznej są obsadzone równowagowo tzn. każdy zdegenerowany podpoziom magnetyczny stanu nadsubtelnego poziomu podstawowego jest obsadzony równowagowo. Obsadzenia stanów są proporcjonalne do stopnia degeneracji danego stanu nadsubtelnego. Poniżej przedstawiony jest krótki rachunek ilustrujący liczbowo równowagowy rozkład obsadzeń poziomów energetycznych struktury nadsubtelnej stanu podstawowego $5S_{1/2}$ dla izotopu Rb 85.

$$\begin{aligned} N = 10^{14} \text{ [at./cm}^3\text{]}, \quad \Delta E = |E_{F=3} - E_{F=2}| &= 3035 \text{ [MHz]} \\ \frac{N_{S,F=3}}{N_{S,F=2}} &\cong \exp\left[\frac{-\hbar\omega}{kT}\right] \cong \exp[-5.77 \times 10^{-5}] \cong 0.999, \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

$$\begin{aligned} g_i^{F=3} = 7, \quad g_i^{F=2} = 5, \quad N_{S,F=3} + N_{S,F=2} &= N, \\ N_{S,F=3} + N_{S,F=2} &= N_{S,F=2} \left(1 + \frac{N_{S,F=3}}{N_{S,F=2}}\right) = N_{S,F=2} \left(1 + \frac{g_i^{F=3}}{g_i^{F=2}}\right). \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

$$N_{S,F=2} \left(1 + \frac{g_i^{F=3}}{g_i^{F=2}}\right) = N_{S,F=2} \left(1 + \frac{7}{5}\right) = N \Rightarrow N_{S,F=2} = \frac{5}{12} N \quad (3.4.4)$$

$$\frac{N_{S,F=3}}{N_{S,F=2}} = \frac{7}{5} = 1.4, \quad (3.4.5)$$

$$\begin{aligned}
N_{S,F=2} &= \frac{5}{12} N = 0.41 \times 10^{14} \text{ [at./cm}^3\text{]}, & n_{F=2}^{m_f} &= \frac{N_{F=2}}{5} = \frac{1}{12} N = 0.083 \text{ [at./cm}^3\text{]} \\
N_{S,F=3} &= \frac{7}{12} N = 0.583 \times 10^{14} \text{ [at./cm}^3\text{]}, & n_{F=3}^{m_f} &= \frac{N_{F=7}}{7} = \frac{1}{12} N = 0.083 \text{ [at./cm}^3\text{]}
\end{aligned}
\tag{3.4.6}$$

3.1.5 Warunki uzyskania stacjonarnego rozkładu obsadzeń atomów w stanie górnym wzbudzonym i dolnym podstawowym w obszarze rezonansowego oddziaływania z pompującą zanikającą wiązką laserową [25], [26], [27].

Załóżmy, że pole wiązki laserowej jest dużo mocniejsze od pola sondującej wiązki i wiązka sondująca w zasadzie nie wpływa na zmiany obsadzeń atomów. Niech pole pompujące będzie dostrojone do przejścia nadsubtelnego $F=3 \rightarrow F'=2$ linii D1 w izotopie 85 atomu rubidu.

Równania kinetyczne dla rozpatrywanego przejścia uwzględniające spontaniczną emisję do poziomu $F=2$ i efekt tranzytu proporcjonalny do odwrotności czasu przelotu atomu przez szerokość obszaru propagacji zanikającego pola laserowego $1/T$ wyrażonego przez iloczyn $|k_{\perp}||v_{\perp}|$ gdzie

$$k_{\perp} = k_z = ik_0 \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}, \tag{3.5.1}$$

jest zespolonym wektorem falowym zanikającej wiązki laserowej, są postaci:

$$\begin{aligned}
\dot{n}_{S,3} &= \frac{\sigma_{23}^{P \rightarrow S} I}{\hbar \omega} \left[n_{P,2} - \frac{g_{P,2}^U}{g_{S,3}^L} n_{S,3} \right] + \Gamma_{2 \rightarrow 3} n_{P,2} + k_{\perp,p} v_{\perp} (n_{S,3}^0 - n_{S,3}), \\
\dot{n}_{P,2} &= -\frac{\sigma_{23}^{P \rightarrow S} I}{\hbar \omega} \left[n_{P,2} - \frac{g_{P,2}^U}{g_{S,3}^L} n_{S,3} \right] - \left(\frac{1}{\tau} + k_{\perp,p} v_{\perp} \right) n_{P,2}, \\
\dot{n}_{S,2} &= \Gamma_{3 \rightarrow 2} n_{P,2} + k_{\perp,p} v_{\perp} (n_{S,2}^0 - n_{S,2}),
\end{aligned}
\tag{3.5.2}$$

Rozwiązanie stacjonarne układu równań kinetycznych (3.5.2) zachodzi gdy:

$$\begin{aligned}
(i) \quad \dot{n}_{P,2} = \dot{n}_{S,3} = \dot{n}_{S,2} &= 0, \\
(ii) \quad \dot{n}_{P,2} + \dot{n}_{S,3} + \dot{n}_{S,2} &= 0,
\end{aligned}
\tag{3.5.3}$$

Dodatkowo zakłada się, że całkowita liczba atomów w stanie wzbudzonym i podstawowym jest wielkością stałą:

$$(iii) \quad n_{p,2} + n_{s,3} + n_{s,2} = n_{s,3}^0 + n_{s,2}^0. \quad (3.5.4)$$

Obsadzenia $n_{s,3}^0, n_{s,2}^0$ są stacjonarnymi obsadzeniami nadsubtelnych poziomów energetycznych $F=2, F=3$ stanu podstawowego $5^2S_{1/2}$ atomu rubidu określonymi w wąskim obszarze prędkości atomów $v, v+d$ dla zerowej wartości promieniowania laserowego (na podstawie 3.4.1 można śmiało przyjąć założenie, że obsadzenie stanu górnego $n_{p,2}^0=0$). Wartości gęstości obsadzeń $n_{s,3}^0, n_{s,2}^0$ zależą tylko od temperatury:

$$n_{s,3}^0 = N_{S,3}G(v_{\perp}, v_{\parallel}); \quad n_{s,2}^0 = N_{S,3}G(v_{\perp}, v_{\parallel}); \quad N_{S,3} + N_{S,2} = N; \quad (3.5.5)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} G(v_{\perp}, v_{\parallel}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} \left(\frac{1}{\pi u_{Th}^2} \right) \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{u_{Th}^2} \right] = 1, \quad u_{Th} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}. \quad (3.5.6)$$

Rozwiązania stacjonarne układu 3.5.2 wynoszą:

$$n_{s,3} = n_{s,3}^0 \left[1 - \frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{p,2 \rightarrow s,2} + 1} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta - k_{\parallel,p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right], \quad (3.5.7)$$

$$n_{p,2} = n_{s,3}^0 \left[\frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{p,2 \rightarrow s,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{p=2}^L} + 1} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta - k_{\parallel,p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right], \quad (3.5.8)$$

$$n_{s,2} = n_{s,2}^0 + n_{s,3}^0 \left[\frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{p,2 \rightarrow s,2}} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta - k_{\parallel,p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \quad (3.5.9)$$

Symbole użyte w wyrażeniach 3.5.7 – 9 oznaczają:

\tilde{I}_S – zmodyfikowane natężenie nasycenia,

$$\tilde{I}_S = \frac{\hbar \varpi}{\sigma_{F=3}^{F'=2} \tau} \frac{[1 + \tau[k_{\perp,p} v_{\perp}]]}{\frac{g_{P=2}^U}{g_{S=3}^L} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^U} + 1 \right]} \frac{\gamma_N}{\gamma_{p,eff}}, \quad (3.5.10)$$

Wartości brzegowe natężenia nasycenia wynoszą:

$$\tilde{I}_S(\infty) \equiv \lim_{v_{\perp} \rightarrow \infty} \tilde{I}_S = \lim_{v_{\perp} \rightarrow \infty} \frac{\hbar \varpi}{\sigma_{F=3}^{F'=2} \tau} \frac{[1 + \tau[k_{\perp,p} v_{\perp}]]}{\frac{g_{P=2}^U}{g_{S=3}^L} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^U} + 1 \right]} \frac{\gamma_N}{\gamma_{p,eff}} = \infty, \quad (3.5.11)$$

$$\tilde{I}_S(0) \equiv \lim_{v_{\perp} \rightarrow 0} \tilde{I}_S = \lim_{v_{\perp} \rightarrow 0} \frac{\hbar \varpi}{\sigma_{F=3}^{F'=2} \tau} \frac{[1 + \tau[k_{\perp,p} v_{\perp}]]}{\frac{g_{P=2}^U}{g_{S=3}^L} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^U} + 1 \right]} \frac{\gamma_N}{\gamma_{p,eff}} = 0, \quad (3.5.12)$$

$\sigma_{F=3}^{F'=2}$ – różniczkowy przekrój czynny,

$$\sigma_{F=3}^{F'=2} = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \left(\frac{\gamma_N}{\gamma_{p,eff}} \right) (1/3) S_{F'F} \quad (3.5.13)$$

$\gamma_{p,eff}$ – szerokość efektywna

$$\gamma_{p,eff} = \frac{1}{\tau} + 2k_{\perp,p} v_{\perp} + \gamma_{Las} = \frac{1}{\tau} + \frac{\varpi}{c} \left(2\pi \sqrt{(n \sin \theta_p)^2 - 1} \right) v_{\perp} + \gamma_{Las}, \quad (3.5.14)$$

$g_{S=3}^L, g_{P=2}^U$ – degeneracja stanu dolnego i stanu górnego,

$$g_{S=3}^L = 2F + 1, \quad g_{P=2}^U = 2F' + 1, \quad (3.5.15)$$

Całkowite obsadzenie określonego stanu energetycznego otrzymuje się przez scałkowanie wybranej wartości obsadzenia n otrzymanego w równaniach (3.5.7 – 3.5.9) po rozkładzie prędkości:

$$N_{P,F=2}(I_p) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} n_{P,F=2}(v_{\parallel}, v_{\perp}) \Rightarrow$$

$$N_{P,F=2}(I_p) = \left(\frac{7N}{12\pi u_{Th}^2} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \left[\frac{\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp}, p, v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} + 1} \right]}{\left(\Delta - k_{\parallel, p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right)} \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right) \right] \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{u_{Th}^2} \right], \quad (3.5.16)$$

$$N_{S,F=2}(I_p) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} n_{S,F=2}(v_{\parallel}, v_{\perp}) \Rightarrow$$

$$N_{S,F=2}(I_p) = \left(\frac{7N}{12\pi u_{Th}^2} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \left\{ \frac{5}{7} + \frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp}, p, v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} + 1} \right]}{\left(\Delta - k_{\parallel, p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right)} \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right) \right\} \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{u_{Th}^2} \right], \quad (3.5.17)$$

$$N_{S,F=3}(I_p) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} n_{S,F=3}(v_{\parallel}, v_{\perp}) \Rightarrow$$

$$N_{S,F=3}(I_p) = \left(\frac{7N}{12\pi u_{Th}^2} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \left[1 - \frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp}, p, v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} + 1} \right]}{\left(\Delta - k_{\parallel, p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right)} \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{I_S} + 1 \right) \right] \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{u_{Th}^2} \right]. \quad (3.5.18)$$

Otrzymane rozwiązania pokazują, jaki może mieć wpływ na rozkłady obsadzeń efekt tranzytu związany z czasem przelotu atomu przez obszar oddziaływania z polem wiązki laserowej. Całki splotu 3.5.15 – 17 można policzyć w przybliżeniu dopplerowskim dla składowej prędkości atomów rubidu równoległej do powierzchni rozdziału. Policzenie całek splotu 3.5.15 – 17 dla składowej prędkości atomów prostopadłej do powierzchni można wykonać

numerycznie. W wyniku całkowania stacjonarnego rozkładu obsadzenia nadsubtelnego, wzbudzonego stanu energetycznego $5^2P_{1/2}$ ($F=2$) atomu rubidu w kierunku równoległym do powierzchni rozdziału otrzymuje się następujące wyrażenie:

$$N_{P,F=2}(I_p, v_{\perp}) = \left(\frac{7}{12} N \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2}{u_{Th}^2} \right] \right) \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \left[\frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} \frac{1}{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right) \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} + 1 \right]} \right)^2 \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{(\Delta - k_{\parallel,p} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \exp \left[-\frac{v_{\parallel}^2}{u_{Th}^2} \right], \quad (3.5.19)$$

$$dla \begin{cases} v_{\parallel} = \frac{\varpi_{32} - \varpi}{k_{\parallel,p}} \\ dv_{\parallel} = -\frac{1}{k_{\parallel,p}} d\varpi \end{cases} \Rightarrow N_{P,F=2}(I_p, v_{\perp}) \cong \frac{\frac{7}{12} N \exp \left[-\frac{(\varpi_{32} - \varpi_L)^2}{(k_{\parallel,p} \times u_{Th})^2} \right]}{2 \times k_{\parallel,p} \times \pi \times u_{Th}^2} \frac{\frac{I_p}{\tilde{I}_S} \times \gamma_{p,ef} \times \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2}{u_{Th}^2} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} + 1} \right]}, \quad (3.5.20)$$

Korzystając z wyprowadzonego wzoru 3.5.9 (strona 51) na wartość parametru nasycenia warto wyliczyć wartości graniczne obsadzenia $N_{P,F=2}(I_p, v_{\perp})$:

$$\lim_{v_{\perp} \rightarrow \pm\infty} N_{P,F=2}(I_p, v_{\perp}) \cong \lim_{v_{\perp} \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{7}{12} N \exp \left[-\frac{(\varpi_{32} - \varpi_L)^2}{(k_{\parallel,p} \times u_{Th})^2} \right]}{2 \times k_{\parallel,p} \times \pi \times u_{Th}^2} \frac{\frac{I_p}{\tilde{I}_S} \times \gamma_{p,ef} \times \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2}{u_{Th}^2} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} + 1} \right]} = 0, \quad (3.5.21)$$

$$\lim_{v_{\perp} \rightarrow 0} N_{P,F=2}(I_p, v_{\perp}) \cong \lim_{v_{\perp} \rightarrow 0} \frac{\frac{7}{12} N \exp \left[-\frac{(\varpi_{32} - \varpi_L)^2}{(k_{\parallel,p} \times u_{Th})^2} \right]}{2 \times k_{\parallel,p} \times \pi \times u_{Th}^2} \frac{\frac{I_p}{\tilde{I}_S} \times \gamma_{p,ef} \times \exp \left[-\frac{v_{\perp}^2}{u_{Th}^2} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} + 1} \right]} = \frac{\frac{7}{12} N \exp \left[-\frac{(\varpi_{32} - \varpi_L)^2}{(k_{\parallel,p} \times u_{Th})^2} \right]}{2 \times k_{\parallel,p} \times \pi \times u_{Th}^2} \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L}, \quad (3.5.22)$$

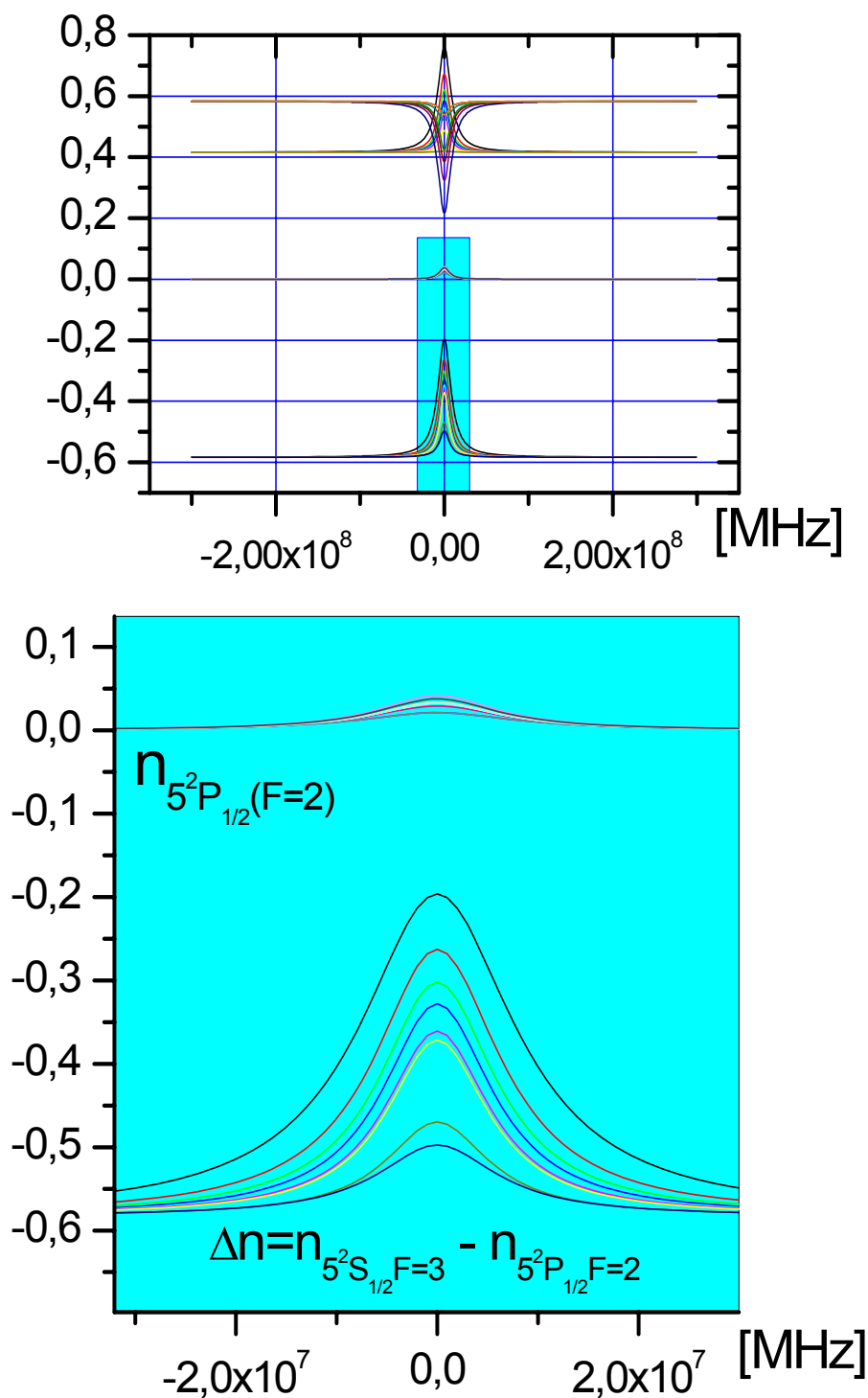
w okolicy częstości rezonansowej $\varpi_{32} \cong \varpi_L$ i dla kąta padania $\theta_p = 44^{\circ} > \theta_{kr} = 42.8^{\circ}$

i $N \cong 10^{14} \left[\frac{at.}{cm^3} \right]$ otrzymuje się:

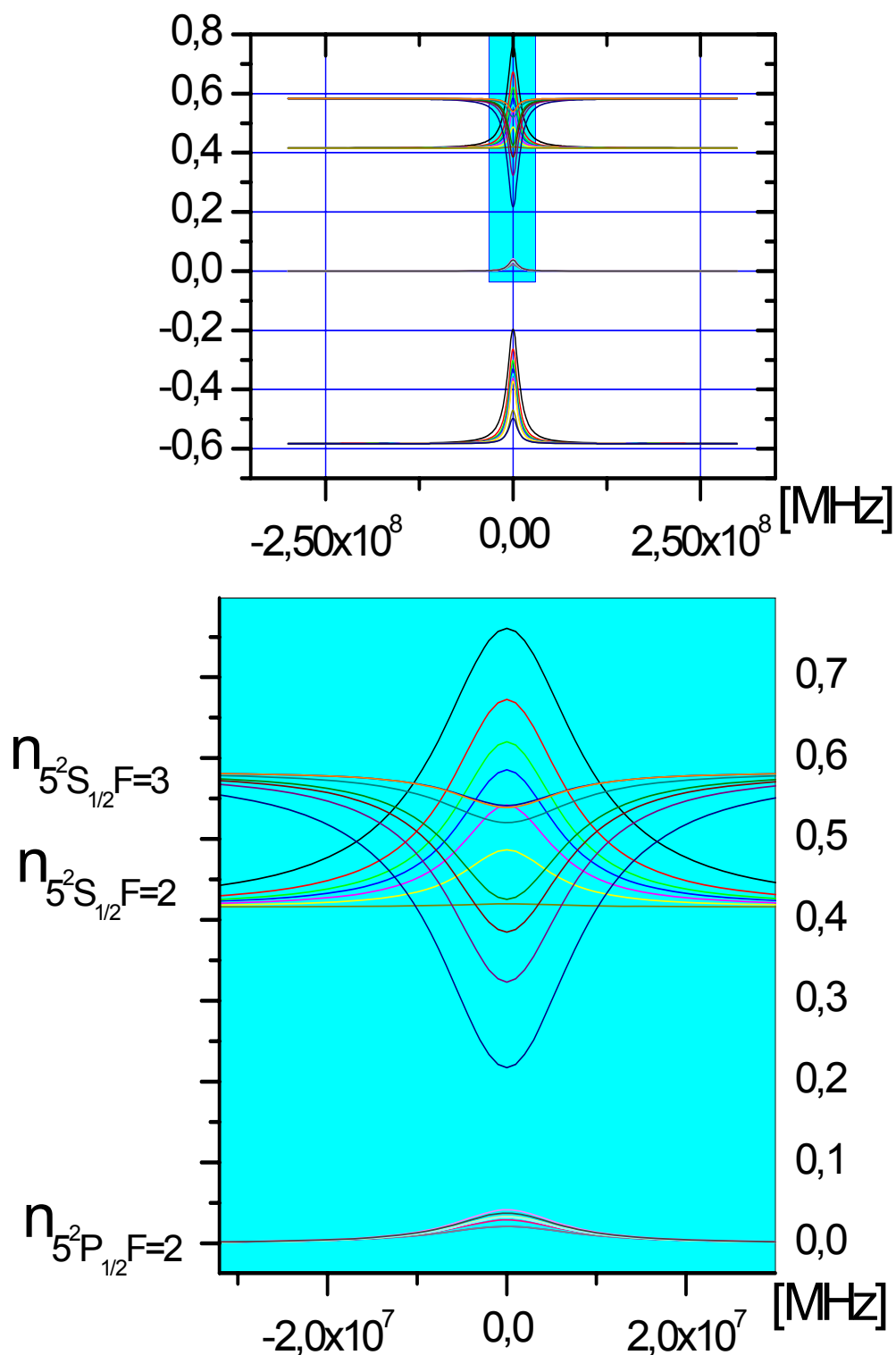
$$\lim_{v_{\perp} \rightarrow 0} N_{P,F=2}(I_p, v_{\perp}) \cong \frac{\frac{7}{12} N \exp \left[-\frac{(\varpi_{32} - \varpi_L)^2}{(k_{\parallel,p} \times u_{Th})^2} \right]}{2 \times k_{\parallel,p} \times \pi \times u_{Th}^2} I_p \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} \frac{\sigma_{F=2}^6}{U \hbar \omega_L} \cong 10^5 \left[\frac{at.}{cm/s} \right], \quad (3.5.23)$$

Uzyskane stacjonarne rozkłady obsadzeń (3.5.5–3.5.7) mogą być użyte by wyliczyć równanie profilu linii spektralnej. Kształt linii spektralnej wyznacza współczynnik absorpcji, który jest określony przez podwójną całkę splotu z iloczynu funkcji rozkładu prędkości atomów i różnicy gęstości obsadzeń.

Rysunki 3.4 i 3.5 na stronach 54 i 55 pokazują przebieg zmian wartości stacjonarnych rozkładów gęstości obsadzeń poziomów energetycznych w funkcji częstości światła laserowego i prędkości atomów wyliczonych z otrzymanych wyrażen 3.5.7-9.



Rys.3.4 Obrazy zmian gęstości obsadzeń poziomów energetycznych stanu podstawowego $F=3,2$ i wzbudzonego $F'=2$ atomu ^{85}Rb dla przejść w strukturze nadsubtelnej poziomów energetycznych linii D1 w funkcji częstości liniowo spolaryzowanego światła pompującej laserowej fali zanikającej (pompowanie odbywa się dla przejścia z $F=3 \rightarrow F'=2$). Kolory oznaczają różne prędkości atomów prostopadłe do powierzchni dielektryka (kwarc $n=1.47$)



Rys.3.5 Obrazy zmian gęstości obsadzeń poziomów energetycznych podstawowego $F=3,2$ i wzbudzonego $F'=2$ atomu ^{85}Rb dla przejść w strukturze nadsubtelnej poziomów energetycznych linii D1 w funkcji częstotliwości liniowo spolaryzowanego światła pompującej laserowej fali zanikającej (pompowanie odbywa się dla przejścia z $F=3 \rightarrow F'=2$). Kolory oznaczają różne prędkości atomów prostopadłe do powierzchni dielektryka (kwarc $n=1.47$).

3.1.6 Współczynnik absorpcji w parach atomowych [1], [2], [27].

Profil absorpcyjny atomów rubidu w zanikającym polu laserowej wiązki sondującej będzie zadany przez całkowite równanie na współczynnik absorpcji:

$$\alpha(\varpi_s) = \int dv_{\perp} \int dv_{\parallel} (n_{2,P} - n_{3,S}) \sigma(-v_{\parallel}, \varpi_s) G(v_{\parallel}, v_{\perp}) \quad (3.6.1)$$

W okolicy częstości rezonansu krzyżowego profil linii widmowej będzie określony przez sumę dwóch wyrażeń całkowych opisujących sytuację w której w tej samej grupie atomów z wąskiego przedziału prędkości światło wiązki pompującej będzie pochłaniane przez atomy w przejściu z $F=3 \rightarrow F=2$ natomiast wiązka sondująca atomy będą pochłaniać we wzbudzeniu z $F=3 \rightarrow F'=3$ i na odwrót – całkowite równanie profilu absorpcyjnego będzie postaci:

$$\alpha(\varpi_s) = \int dv_{\perp} \int dv_{\parallel} \left\{ \underbrace{(n_{2,P} - n_{3,S})}_{\uparrow} \sigma(-v_{\parallel}, \varpi_s) + \underbrace{(n_{3,P} - n_{3,S})}_{\leftarrow} \sigma(v_{\parallel}, \varpi_s) \right\} G(v_{\parallel}, v_{\perp}) \quad (3.6.2)$$

$$\left[\begin{array}{c} 0 \\ n_{S,3} \end{array} \right] \left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} + 1 \right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S, 2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} \frac{U}{g_{P=2}^L} \right]} \left(\frac{\gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} + 1 \right)}{(\Delta - k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} + 1 \right)} \right] \left[\frac{1}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{P,3 \rightarrow S, 2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=3}^L} \frac{U}{g_{P=3}^L} \right]} \left(\frac{\gamma_{p, \text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{pomp}}}{I_S} + 1 \right)}{(\Delta - k_{\parallel, \text{pomp}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{pomp}}}{I_S} + 1 \right)} \right] \quad (3.6.3)$$

$$\left[\begin{array}{c} 0 \\ n_{S,3} \end{array} \right] \left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} + 1 \right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{P,3 \rightarrow S, 2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=3}^L} \frac{U}{g_{P=3}^L} \right]} \left(\frac{\gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} + 1 \right)}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{I_S} + 1 \right)} \right] \left[\frac{1}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S, 2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^L} \frac{U}{g_{P=2}^L} \right]} \left(\frac{\gamma_{p, \text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{pomp}}}{I_S} + 1 \right)}{(\Delta - k_{\parallel, \text{pomp}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{eff}}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{\text{pomp}}}{I_S} + 1 \right)} \right] \quad (3.6.4)$$

Znając rozwiązania stacjonarne dla atomowych rozkładów gęstości dla atomów oddziałujących z polem zanikającym laserowej wiązki pompującej możemy wyznaczyć rozkłady gęstości atomów w stanach sprzężonych polem laserowym wiązki sondującej która w tej samej grupie atomów powoduje przejścia pomiędzy poziomami w strukturze najsubtelniej linii D1 rubidu i stan podstawowy dla obu par przejść jest taki sam – jest to sprzężenie typu V. Na podstawie (3.5.7-9) mamy zatem:

(3.6.5)

$$\begin{aligned}
n_{S,3} &= n_{S,3}^0 \left[1 - \frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{p,2 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta - k_{\parallel,p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \\
n_{S,3}(I_{son}) &= n_{S,3}(I_{pomp, \omega_{32}}(v_{\parallel} = \frac{\omega_{33} - \omega_L}{k_{\parallel, Sond}})) \left[1 - \frac{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{p,3 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta - k_{\parallel,p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{sond,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] = \\
&= n_{S,3}^0 \left[1 - \frac{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{p,3 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta + k_{\parallel,sond} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{sond,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} - \right. \\
&\quad \left. \frac{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{p,2 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta - k_{\parallel,p} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[1 - \frac{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{p,3 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta + k_{\parallel,sond} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{sond,ef}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \right]
\end{aligned}$$

Splot funkcji Gaussa i Lorentza można rozwiązać w przybliżeniu dopplerowskim dla v_{\perp} zakładając, że w obszarze największych zmian funkcji lorentzowskiej funkcja gaussowska pozostaje stała – tak jest gdy szerokość połówkowa rozkładu gaussowskiego jest dużo większa od szerokości połówkowej Lorentza. W przypadku par atomowych rubidu znajdujących się w temperaturze 400 [K] szerokość gaussowskiego rozkładu prędkości atomów wyrażona w dziedzinie częstości jest rzędu kilkuset [MHz] natomiast szerokość spektralna lorentzowskich rozkładów jest rzędu kilku do kilkunastu [MHz]. W takich okolicznościach można zupełnie swobodnie wyciągnąć przed znak całkowania funkcję typu gaussowskiego i wykonać całkowanie po rozkładzie lorentzowskim.

Dla prędkości atomów prostopadłych do powierzchni dielektryka całka splotu jest bardziej ‘czuła’ i niestety rozwiązanie całki splotu w przybliżeniu dopplerowskim w szerokim przedziale częstości nie jest dobrym rozwiązaniem.

Na użytek tego doświadczenia wykonywanego w ramach pracy magisterskiej i próby analizy teoretycznej uzyskanych linii widmowych nie są aż tak bardzo istotne dokładne wyrażenia opisujące przebieg zmienności profilu absorpcyjnego. Trudno w tym miejscu ocenić ilościowo z jaką dokładnością jest potrzebna znajomość wyrażenia matematycznego opisującego profil rejestrowanej linii widmowej. Zatem tak czy inaczej chcąc się zorientować jak matematycznie opisana jest krzywa profilu widma absorpcyjnego trzeba co najmniej w przybliżeniu dopplerowskim rozwiązać całkę splotu określoną dla rozkładu prędkości w kierunku równoległym do powierzchni granicznej w równaniu na współczynnik absorpcji. Wyrażenia, które się uzyskuje są dość rozbudowane ale nie skomplikowane w formie - przedstawiają klasę funkcji typu lorentzowskiego z poszerzoną szerokością połówką i z wyrażeniem opisującym amplitudę zależnym od zmiennych parametrów czyli od prędkości i częstości.

Na kilku następnych stronach są pokazane szczegółowe obliczenia współczynnika absorpcji dla nadsubtelnych przejść $F=3 \rightarrow F'=2,3$ linii D1 w parach atomowych izotopu 85 atomu rubidu.

(3.6.6)

$$\alpha(\vec{\omega}_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} (n_{2,p} - n_{3,s}) \sigma(-k_{\parallel, \text{Sons}} v_{\parallel}, k_{\perp, \text{sond}} v_{\perp}) G(v_{\parallel}, v_{\perp}),$$

$$\sigma(-k_{\parallel, \text{Sons}} v_{\parallel}, k_{\perp, \text{sond}} v_{\perp}) = \sigma_{F=3}^0 \frac{(\gamma_{\text{sond}, ef} / 2)^2}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2}$$

$$\sigma_{F=2}^0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \left(\frac{\gamma_N}{\gamma_{p, ef}} \right) (1/3) S_{F', F}$$

$$\alpha(\vec{\omega}_s) = \frac{\sigma_{F=3}^0 n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \left\{ 1 - \frac{\left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, \text{sond}} v_{\perp}] \Gamma_{p,3 \rightarrow s,2} + 2} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right. \\ \left. - \frac{\left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{p,3 \rightarrow s,2} + 2} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right. \\ \left. - \frac{\left[\frac{\frac{I_p}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{p,2 \rightarrow s,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{p=2}^L} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta - k_{\parallel, p} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right. \\ \left. \left[1 - \frac{\left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{p,3 \rightarrow s,2} + 2} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] \right\} *$$

$$* \frac{(\gamma_{\text{sond}, ef} / 2)^2 \exp\left[-\left(\frac{v_{\parallel}}{u_{Th}}\right)^2\right]}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2} = \frac{\sigma_{F=3}^0 n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \left[\frac{\left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, \text{sond}} v_{\perp}] \Gamma_{p,3 \rightarrow s,2} + 2} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] \frac{(\gamma_{\text{sond}, ef} / 2)^2 \exp\left[-\left(\frac{v_{\parallel}}{u_{Th}}\right)^2\right]}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2}$$

$$- \left[\frac{\left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{p,3 \rightarrow s,2} + 2} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] \frac{(\gamma_{\text{sond}, ef} / 2)^2 \exp\left[-\left(\frac{v_{\parallel}}{u_{Th}}\right)^2\right]}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2} + \\ + \left[\frac{\left[\frac{\frac{I_p}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{p,2 \rightarrow s,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{p=2}^L} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta - k_{\parallel, p} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] \left[\frac{\left[\frac{\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{\left[\frac{1}{[k_{\perp, p} v_{\perp}] \Gamma_{p,3 \rightarrow s,2} + 2} \right]} \right] \left(\frac{\gamma_{p, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2 \left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] \frac{(\gamma_{\text{sond}, ef} / 2)^2 \exp\left[-\left(\frac{v_{\parallel}}{u_{Th}}\right)^2\right]}{(\Delta + k_{\parallel, \text{sond}} v_{\parallel})^2 + \left(\frac{\gamma_{\text{sond}, ef}}{2}\right)^2}$$

(3.6.7)

$$\begin{aligned}
\alpha(\varpi_s) &= \frac{\sigma_{F=3}^0 n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} \left[\frac{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} \frac{1}{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \frac{1}{\left[\frac{1}{k_{\perp,sond} v_{\perp}}\right] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2} + 2} \right) \left(\frac{\gamma_{sond,eff}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}{\left(\Delta + k_{\parallel,sond} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{sond,eff}}{2} \right)^2 \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \frac{(\gamma_{sond,eff}/2)^2 \exp\left[-\left(\frac{v_{\parallel}}{u_{Th}}\right)^2\right]}{\left(\Delta + k_{\parallel,sond} v_{\parallel} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{sond,eff}}{2} \right)^2} = \\
&= \left\{ v_{\parallel} = \frac{\varpi'_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond}} \Rightarrow dv_{\parallel} = \frac{1}{k_{\parallel,sond}} d\varpi'_L \right\} = \frac{\sigma_{F=3}^0 n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v_{\perp}}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi'_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond}}\right)\right] \left(\frac{\gamma_{sond,eff}}{2} \right)}{\pi u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} \frac{1}{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \frac{1}{\left[\frac{1}{k_{\perp,sond} v_{\perp}}\right] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2} + 2} \right)^* \\
& * \int_{-\infty}^{+\infty} d\varpi'_L \frac{\sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}}{\left(1 + \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}\right)} \frac{(\gamma_{sond,eff}/2)^2 \left(1 + \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}\right)^2}{\left(\varpi'_L - \varpi_{33}\right)^2 + (\gamma_{sond,eff}/2)^2 \left(1 + \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}\right)^2} = n_{S,3}^0 \frac{\sigma_{F=3}^0 \left(\frac{\gamma_{sond,eff}}{2}\right) \exp\left[-\left(\frac{v_{\perp}}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi'_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond}}\right)\right]}{2u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} * \\
& * \frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \frac{1}{\left[\frac{1}{k_{\perp,sond} v_{\perp}}\right] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2} + 2} \\
& \left. \begin{aligned} & \frac{\sigma_{F=3}^0 (\gamma_{sond,eff}/2) \left(\frac{\gamma_{p,eff}}{2}\right) n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi'_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} \\ & \left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} \frac{\left[\frac{1}{k_{\perp,p} v_{\perp}}\right] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + 1}}{\left[\frac{1}{k_{\perp,p} v_{\perp}}\right] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^U} + 1} \right) \left(\frac{\left[\frac{1}{k_{\perp,p} v_{\perp}}\right] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2} + 1}}{\left[\frac{1}{k_{\perp,p} v_{\perp}}\right] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2} + 2} \right) \\ & \frac{\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp} + k_{\parallel,sond}}\right)}{\sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{profil widmowy} \\ \text{zapisano w formie} \end{array} : \begin{array}{l} \text{iloczyn 3 czynników amplitudowych} \\ \text{zapisano w kolumnie} \\ * \\ \text{signal} \end{array} \\
& \left[\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp} + k_{\parallel,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] \right] \\
& \left[\left(\frac{k_{\parallel,sond} \varpi_{32} + k_{\parallel,pomp} \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} + k_{\parallel,pomp}} \right) - \varpi'_L \right] + \left[\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp} + k_{\parallel,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] \right]^2 \\
& \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right] = \\
& = (\gamma_{Nat} + \gamma_{Las}) \left(\sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right) + 2v_{\perp} k_0 \left(\sqrt{\left[n \sin(\theta_{pomp} = 44^\circ)\right]^2 - 1} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \sqrt{\left[n \sin(\theta_{sond})\right]^2 - 1} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \right)
\end{aligned}$$

(3.6.8)

$$n_{S,3}^0 \frac{\sigma_{F=3}^0 (\gamma_{sond,ef} / 2) \exp\left[-\left(\frac{v_{\perp}}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right]}{2u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} \left[-1 + \left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}} \frac{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+1}} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+2}} \right]} \right) \right]$$

$$n_{S,3}^0 \frac{\sigma_{F=3}^0 (\gamma_{sond,ef} / 2) \exp\left[-\left(\frac{v_{\perp}}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right] \left(\frac{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2+1}} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^U} + 1 \right]} \right)^{\frac{I_p}{\tilde{I}_S}}}{\pi u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} \frac{1}{\left[\left(\frac{k_{\parallel,pomp}}{k_{\parallel,pomp} + k_{\parallel,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\gamma_{sond,ef} + \gamma_{p,ef} \sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right) \right]^2} \quad (3.6.9)$$

$$* \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right) \left(\frac{\gamma_{pomp,eff}}{\gamma_{pomp,eff}} + \sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right) (\varpi_L - \varpi_{33})^2 + \left[\left(\frac{k_{\parallel,pomp}}{k_{\parallel,pomp} + k_{\parallel,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\gamma_{sond,ef} + \gamma_{p,ef} \sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right) \right]^2}}$$

$$\sigma_{F=3}^0 (\gamma_{sond,ef} / 2) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right) n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right] \frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} \frac{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2+1}} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^U} + 1 \right]} \left(\frac{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+1}} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+2}} \right]} \right)^*$$

$$\frac{\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{p,ef} \sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \gamma_{sond,ef} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right]}{\sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right) \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \left(\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \varpi_{32} + \varpi_{33} - \left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} + 1 \right) \varpi_L \right)^2 + \left[\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{p,ef} \sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \gamma_{sond,ef} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \right]^2}}$$

(3.6.11)

$$\sigma_{F=3}^0 (\gamma_{sond,ef} / 2) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right) n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right] \frac{I_p}{\tilde{I}_S} \frac{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2+1}} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}] \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}^U} + 1 \right]} \left(\frac{1}{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right) \left[\frac{1}{[k_{\perp,sond} v_{\perp}] \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+2}} \right]} \right)^*$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1 \right) (\varpi_{32} - \varpi_L)^2 + \left(\left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right) \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \left(\frac{k_{\parallel,pomp}}{k_{\parallel,sond}} \right) (\gamma_{sond,ef} / 2) \right)^2}}$$

(3.6.12)

$$\begin{aligned}
& \frac{\sigma_{F'=3}^0 (\gamma_{sond,ef}/2) \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2}\right) n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \left(\frac{1}{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,sond} v_{\perp}]} \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \\
& * \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)}} \left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2} \right) \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \left(\frac{k_{\parallel,pomp}}{k_{\parallel,sond}}\right) (\gamma_{sond,ef}/2) \\
& * \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)}} \left(\varpi_{32} - \varpi_L \right)^2 + \left(\left(\frac{\gamma_{p,ef}}{2}\right) \sqrt{\left(\frac{I_p}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \left(\frac{k_{\parallel,pomp}}{k_{\parallel,sond}}\right) (\gamma_{sond,ef}/2) \right)^2
\end{aligned}$$

iloczyn 3 czynników amplitudowych
zapisano w kolumnie

⇓⇓ profil widmowy zapisany w innej formie :

*

⇓⇓

signal

$$\begin{aligned}
& n_{S,3}^0 \frac{\sigma_{F'=3}^0 \left(\frac{\gamma_{sond,eff}}{2}\right) \left(\frac{\gamma_{pomp,eff}}{2}\right) \exp\left[-\left(\frac{v_{\perp}}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} \\
& \left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S \left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,pomp} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \\
& \left(\frac{1}{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} \left[\frac{1}{[k_{\perp,sond} v_{\perp}]} \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+1} \right] \right) * \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\left(\frac{\gamma_{pomp,eff}}{2}\right) \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \left(\frac{k_{\parallel,pomp}}{k_{\parallel,sond}}\right) (\gamma_{sond,ef}/2)}{\left(\varpi_{32} - \varpi_L\right)^2 + \left(\left(\frac{\gamma_{pomp,eff}}{2}\right) \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} + \left(\frac{k_{\parallel,pomp}}{k_{\parallel,sond}}\right) (\gamma_{sond,ef}/2) \right)^2}
\end{aligned}$$

(3.6.14)

$$\left(\frac{\sigma_{F=3}^0 (\gamma_{sond,eff} / 2) \left(\frac{\gamma_{P,eff}}{2} \right) n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{\parallel,sond} u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2 k_{\parallel,sond}} \right) \left(\frac{I_{pomp}}{\bar{I}_S} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2+1} \right] \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+1} \right] \right) \left(\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2 + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}} + 1} \right) \left(\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+2} \right) \left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\bar{I}_S} + 1\right)} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\bar{I}_S} + 1\right)}$$

profil widmowy
zapisano w formie

iloczyn 3 czynników amplitudowych
zapisano w kolumnie
*
signal

$$\left[\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\bar{I}_S} + 1\right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\bar{I}_S} + 1\right)} \right] \right] \left[\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \varpi_{32} + \varpi_{33} - \left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} + 1 \right) \varpi_L \right]^2 + \left\{ \left[\left(\frac{k_{\parallel,sond}}{k_{\parallel,pomp}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\bar{I}_S} + 1\right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\bar{I}_S} + 1\right)} \right] \right]^2 \right\}$$

(3.6.15)

$$\left[\frac{\sigma_{F=3}^0 (\gamma_{sond,eff}/2) \left(\frac{\gamma_{p,eff}}{2} \right) n_{S,3}^0 \exp\left[-\left(\frac{v}{u_{Th}}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{\varpi_L - \varpi_{33}}{k_{||,sond} u_{Th}}\right)^2\right]}{\pi u_{Th}^2 k_{||,sond}} \right. \\ \left. \frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p}^v]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2+1} \right] \left[\frac{1}{[k_{\perp,p}^v]} \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+1} \right]}{\left[\frac{1}{[k_{\perp,p}^v]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{g_{S=3}^L}{g_{P=2}} + 1 \right] \left[\frac{1}{[k_{\perp,p}^v]} \Gamma_{P,3 \rightarrow S,2+2} \right]} \right. \\ \left. \frac{\left(\frac{k_{||,sond}}{k_{||,pomp} + k_{||,sond}} \right)}{\sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)}} \right] \left. \begin{array}{l} \text{profil widmowy} \\ \text{zapisano w formie} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{iloczyn 3 czynników amplitudowych} \\ \text{zapisano w kolumnie} \\ * \\ \text{signal} \end{array}$$

$$\frac{\left[\left(\frac{k_{||,sond}}{k_{||,pomp} + k_{||,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \right]}{\left(\left(\frac{k_{||,sond} \varpi_{32} + k_{||,pomp} \varpi_{33}}{k_{||,sond} + k_{||,pomp}} \right) - \varpi_L \right)^2 + \left\{ \left[\left(\frac{k_{||,sond}}{k_{||,pomp} + k_{||,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] \right\}^2}$$

$$\left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] = \\ = (\gamma_{Nat} + \gamma_{Las}) \left(\sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right) + 2v_{\perp} k_0 \left(\sqrt{[n \sin(\theta_{pomp} = 44^\circ)]^2 - 1} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \sqrt{[n \sin(\theta_{sond})]^2 - 1} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right)$$

3.1.7 Kryterium zdolności rozdzielczej.

Rozwiązania otrzymane w poprzednim paragrafie na współczynnik absorpcji sondującej fali zanikającej pokazują, że nakładające się profile rezonansów krzyżowych dla wąskiego przedziału prędkości atomów prostopadłej do powierzchni dielektryka będą opisane przez zmodyfikowany amplitudowo i poszerzeniowo profil lorentzowski. Zakładając dla uproszczenia, że amplitudy nakładających się sygnałów są takie same i, że ich szerokości efektywne są również takie same można sygnał rezonansu krzyżowego zapisać w postaci sumy czystych profili lorentzowskich:

$$L(x) = L_1(x - x_0) + L_2(x + x_0) = \frac{\gamma^2}{4(x - x_0)^2 + \gamma^2} + \frac{\gamma^2}{4(x + x_0)^2 + \gamma^2}; \quad (3.7.1)$$

Rozdzielanie się nakładających się składowych najlepiej obserwować w obrazie pierwszej pochodnej rejestrowanego wypadkowego widma. Rachunek pochodnej nakładających się sygnałów prowadzi do:

$$L'(x) = L'_1(x) + L'_2(x) = -8\gamma^2 \left[\frac{(x - x_0)}{(4(x - x_0)^2 + \gamma^2)^2} + \frac{(x + x_0)}{(4(x + x_0)^2 + \gamma^2)^2} \right] \quad (3.7.2)$$

Przyrównując do zera pierwsza pochodna sumy (3.13) otrzymamy:

$$\boxed{(x - x_0)(4(x + x_0)^2 + \gamma^2)^2 + (x + x_0)(4(x - x_0)^2 + \gamma^2)^2 = 0} \quad (3.7.3)$$

$$\begin{aligned} x \left[x^4 + 2x^2(x_0^2 + (\gamma/2)^2) - (3x_0^4 + \frac{1}{2}\gamma^2 x_0^2 - (\gamma/2)^4) \right] &= 0 \Leftrightarrow \\ x \left[\left(\frac{2x}{\gamma}\right)^4 + 2\left(\frac{2x}{\gamma}\right)^2 \left(\left(\frac{2x_0}{\gamma}\right)^2 + 1\right) - 3\left(\left(\frac{2x_0}{\gamma}\right)^4 + \frac{2}{3}\left(\frac{2x_0}{\gamma}\right)^2 - \frac{1}{3}\right) \right] &= 0; \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

i rozwiązanie względem x :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad x &= x_1 = 0 \\ &\vee \\ \text{(ii)} \quad x = x_2 = -x_3 &= \sqrt{2x_0 \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} - \left(x_0^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\right)} \Leftrightarrow \\ \left(\frac{2x}{\gamma}\right) &= \left(\frac{2x_2}{\gamma}\right) = -\left(\frac{2x_3}{\gamma}\right) = \sqrt{2\left(\frac{2x_0}{\gamma}\right) \sqrt{\left(\frac{2x_0}{\gamma}\right)^2 + 1} - \left(\left(\frac{2x_0}{\gamma}\right)^2 + 1\right)} \end{aligned} \quad (3.7.5)$$

Część (i) rozwiązania jest niezależna od wartości $(2x_0/\gamma)$, nie zależy zatem od wzajemnej odległości składowych L_1 i L_2 . Część (ii) rozwiązania zależy od wartości $(2x_0/\gamma)$

$$x = \left\{ \begin{array}{l} x_2 = x_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{2x_0}{\gamma} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ x_2 = -x_3 = \sqrt{2x_0 \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} - \left(x_0^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\right)} \Leftrightarrow x_0 > \frac{\gamma}{2\sqrt{3}} \\ \left(\frac{2x_2}{\gamma} \right) = \left(\frac{2x_3}{\gamma} \right) = \sqrt{2 \left(\frac{2x_0}{\gamma} \right) \sqrt{\left(\frac{2x_0}{\gamma} \right)^2 + 1} - \left(\left(\frac{2x_0}{\gamma} \right)^2 + 1 \right)} \Leftrightarrow \left(\frac{2x_0}{\gamma} \right) > \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad (3.7.6)$$

Z powyższego widzimy, że w obrazie pierwszej pochodnej sygnały są rozdzielone o ile ich odległość jest

$$\boxed{d(L_1, L_2) \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma \cong 0.57 \gamma} \quad (3.7.7)$$

– co można roboczo uznać za **kryterium zdolności rozdzielczej** w przeprowadzonym doświadczeniu.

Zarejestrowane sygnały sondującej fali zanikającej posiadały szerokości połówkowe rzędu 40 [MHz] - były co najmniej 7 razy szersze od szerokości naturalnej 6 [MHz]. Jeśli założymy, że właśnie takie sygnały się nakładają wzajemnie to prowadzi to do wniosku, że zauważalne rozdzielanie się może być dopiero obserwowalne dla kąta padania wiązki sondującej równej około 52° . Poglądowe nakładanie się sygnałów o czystym profilu lorentzowskim przedstawia rysunek 3.6 na stronie 70.

Rozwiązanie 3.7.3 względem x_0 :

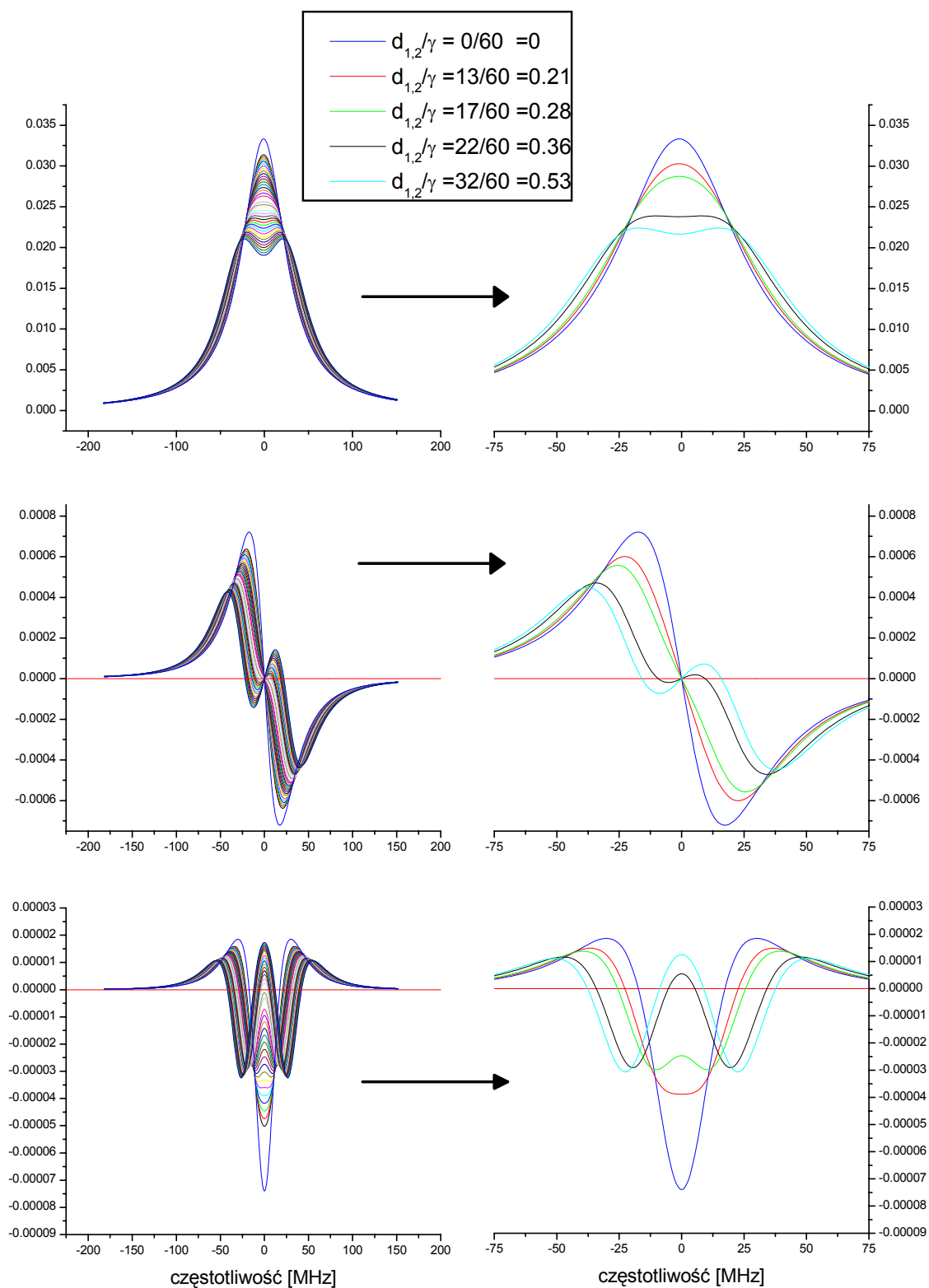
$$x_0^4 + x_0^2 \frac{2}{3} \left(\left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 - x^2 \right) - \frac{1}{3} \left(x^2 + \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right)^2 = 0 \quad (3.7.9)$$

$$x_0 = x_{0,1} = -x_{0,2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{2 \sqrt{x^4 + \left(\frac{\gamma}{2} \right)^4} - \left(\left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 - x^2 \right)}$$

Rozwiązanie 3.7.3 względem γ :

$$\left(\frac{\gamma}{2} \right)^4 + 2 \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 (x^2 - x_0^2) + x^4 - 3x_0^4 + 2x^2 x_0^2 = 0 \quad (3.7.10)$$

$$(\gamma)_{WHFW} = 2 \sqrt{2x_0 \sqrt{x_0^2 - x_{1,2}^2} + (x_0^2 - x_{1,2}^2)} .$$



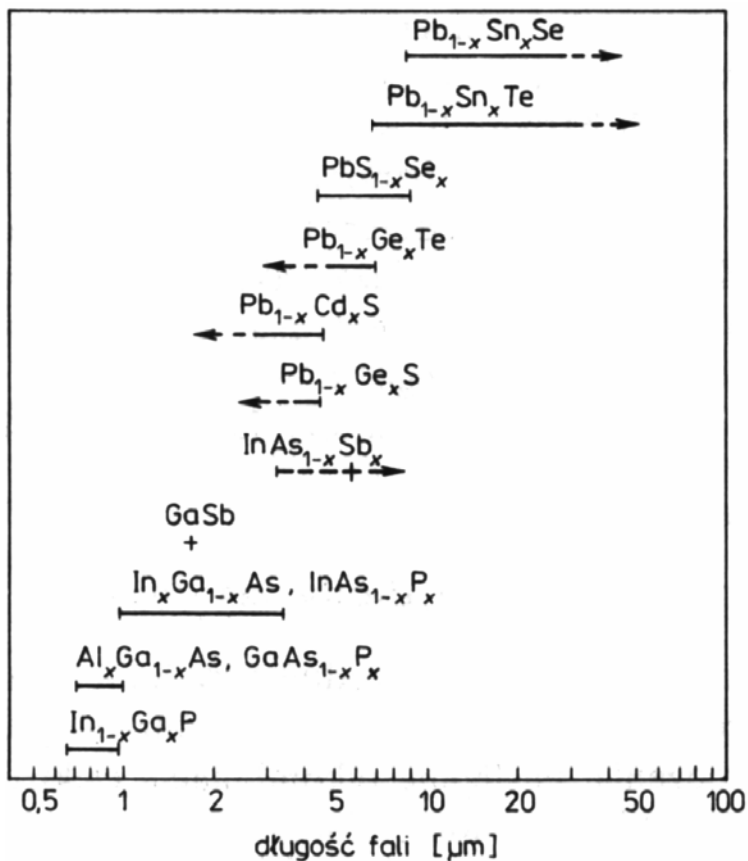
Rys.3.6 Nakładanie się sygnałów o profilu czysto lorentzowskim i obrazy różniczkowe złożen.

3.2 Lasery diodowe [16].

3.2.1 Wady i zalety półprzewodnikowych laserów.

Półprzewodnikowe lasery złączone są najczęściej stosowanymi laserami w spektroskopii dużej zdolności rozdzielczej. Zalety takich laserów to:

1. Płynne przestrajanie długości fali emitowanego promieniowania - jest możliwe dzięki zależności optycznych i elektrycznych właściwości półprzewodników (głównie szerokości przerwy energetycznej i współczynnika załamania światła) od czynników zewnętrznych np. temperatury, ciśnienia.
2. Mała bezwładność czasowa umożliwiająca szybką (nawet 10 GHz) modulację promieniowania - wynika z praktycznie natychmiastowego wytwarzania nośników nadmiarowych przy pompowaniu prądem elektrycznym i krótkich czasów relaksacji.
3. Małe wymiary - dzięki bardzo dużej wartości współczynnika wzmocnienia w półprzewodniku (nawet ponad 10^4 cm^{-1}).
4. Prostota konstrukcji - pompowanie prądem stałym umożliwia łatwe dopasowanie laserów półprzewodnikowych do układów elektronicznych.
5. Duża wydajność – dzięki wysokiej efektywności bezpośredniego przekształcania energii elektrycznej w promieniowanie laserowe.
6. Szeroki obszar generowanych długości fal – wybierając półprzewodnik o odpowiedniej szerokości pasma zabronionego można uzyskać emisję na dowolnej długości fali z zakresu $0,5 \div 40 \mu\text{m}$ – rys. 3.1.



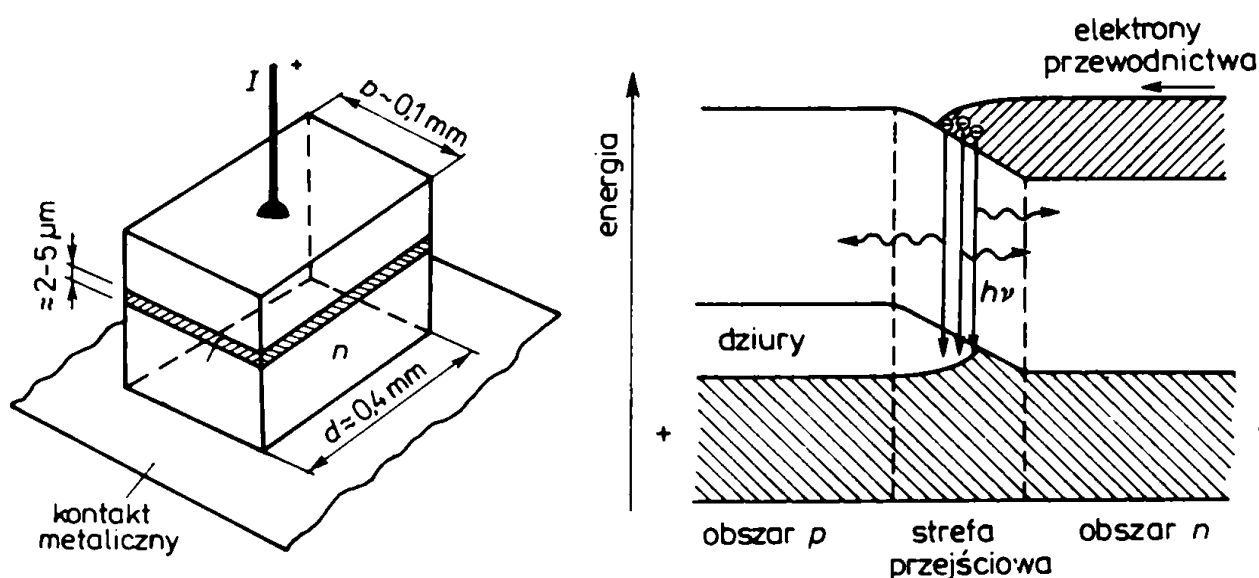
Rys. 3.7 Zakresy widmowe akcji laserowej dla różnych materiałów półprzewodnikowych [źródło [16]].

Lasery półprzewodnikowe posiadają też wady:

1. Małe wartości mocy emitowanej – konsekwencja małych rozmiarów.
2. Są wrażliwe na przeciążenia i na przegrzanie – jak wszystkie elektroniczne elementy półprzewodnikowe.
3. Wymagają dobrej stabilizacji temperatury i natężenia prądu pompującego – z powodu zależności długości fali generowanego promieniowania od tych wielkości.

3.2.2 Zasada działania laserów diodowych

Podstawowa zasada działania półprzewodnikowej diody laserowej jest taka sama jak diody elektroluminescencyjnej: poprzez odpowiednie domieszkowanie kryształu półprzewodnika otrzymuje się dwa obszary: obszar p o przewodnictwie dziurowym i obszar n o przewodnictwie elektronowym. Pomiedzy tymi obszarami powstaje warstwa przejściowa złącza $p-n$ o specyficznych właściwościach – rys. 3.8.



Rys.3.8. Budowa półprzewodnikowego lasera złączowego i pasm energetycznych dla półprzewodnika po przyłożeniu napięcia w kierunku przewodzenia [źródło [16]].

Jeśli do takiego złącza przyłożymy napięcie zewnętrzne: $+U$ do obszaru p , a $-U$ do obszaru n , to przez diodę popłynie prąd. Dziury z obszaru p będą przenikały do obszaru n , a elektrony z obszaru n do obszaru p . W obszarze złącza następuje rekombinacja swobodnych dziur i elektronów, a energia tej rekombinacji może zostać zamieniona na kwant promieniowania elektromagnetycznego. Długość fali emitowanego promieniowania zależy głównie od szerokości przerwy energetycznej w półprzewodniku –rys.3.8. Wybór materiału decyduje, więc np. o barwie świecenia LED.

Przy przepływie przez złącze prądu o dostatecznie dużym natężeniu (a więc także dużej gęstości prądu - rzędu 1000 A/cm^2) wystąpi inwersja obsadzeń.

Ze względu na duży współczynnik załamania n , wynoszący ok. 3, współczynnik odbicia światła od bocznej ścianki kryształu wynosi ok. 30%. Dzięki temu gładkie powierzchnie boczne kryształu mogą spełniać rolę rezonatora. W ramach krzywej wzmocnienia półprzewodnika (o szerokości widmowej rzędu cm^{-1}) mieści się kilka modów tego rezonatora. Pracę jednomodową ułatwia jednak duży odstęp między podłużnymi modami krótkiego rezonatora.

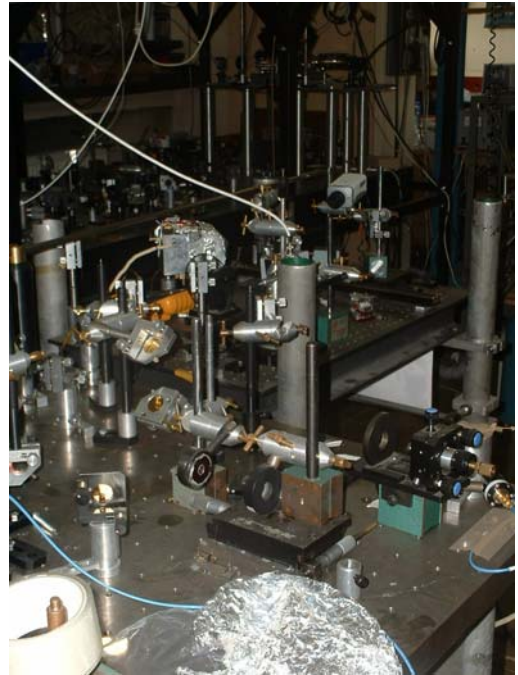
Przestrajania laserów diodowych dokonuje się przez regulację temperatury lub zmianę natężenia prądu. Od temperatury zależą: optyczna długość rezonatora oraz szerokość pasma zabronionego, a więc także położenie krzywej wzmocnienia półprzewodnika. Zależności te nie są identyczne i przestrajanie nie jest ciągle - krzywa przestrajania ma kształt lekko nachylonych stopni. Zmiana natężenia prądu diody powoduje zmianę jej temperatury, a przez to zmianę długości emitowanego światła (dla diody AlGaAs współczynnik przestrajania ma wartość -3 GHz/mA).

Podstawową wadą pierwszych konstrukcji laserów diodowych *homozłączowych* była konieczność pompowania prądem o dużym natężeniu. Powodowało to ograniczenie mocy emitowanej i konieczność pracy w temperaturze helowej. Znaczne polepszenie właściwości laserów, w szczególności obniżenie progowej gęstości prądu do wartości kilkuset A/cm^2 , a tym samym umożliwienie pracy w temperaturze pokojowej, osiągnięto w 1968 roku dzięki zastosowaniu *heterozłącz*. Spowodowało to wzrost praktycznego znaczenia laserów półprzewodnikowych.

Umieszczenie diody laserowej w układzie zewnętrznego rezonatora może znacznie zawęzić szerokość emitowanej linii laserowej. Elementami rezonatora są tylna ściana diody i zewnętrzne lustro.

Szczegóły dotyczące ustawień, elementów budowy i sterowania laserem diodowym EOSI 2001 służącym jako źródło światła we wszystkich pomiarach wykonywanych w ramach tej pracy są zamieszczone w rozdziale 4.

Rozdział 4



Pomiar przekazu pseudo-pędu do atomów rubidu przez fali zanikającej.

4.1 Idea przeprowadzonego eksperymentu

W doświadczeniu rejestrowano bezdopplerowskie widma absorpcyjne atomów rubidu w polu fali zanikającej. Doświadczenie było przeprowadzone w konfiguracji przedstawionej na rysunku 4.1. W ośrodku optycznie rzadszym w pobliżu powierzchni rozdziału, atomy rubidu oddziałują z polem przeciwbieżnych fal zanikających o nieco różniących się wartościach pseudo-pędu. Technika spektroskopii bezdopplerowskiej w fali zanikającej polega na rejestrowaniu słabego sygnału wiązki sondującej. Dwie różne wartości pseudo-pędu fal zanikających powinny w bezdopplerowskim widmie prowadzić do rozdzielania się sygnału rezonansu krzyżowego na dwa rezonanse krzyżowe – przeprowadzony eksperyment był próbą zarejestrowania tego zjawiska.

4.1.1 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne i odległość składowych widma

Atomy rubidu oddziałują z zanikającym polem pompującym i przeciwbieżnym zanikającym polem sondującym. Zanikające pola powstają w wyniku całkowitego wewnętrznego odbicia wiązek laserowych padających na powierzchnię dielektryka od strony ośrodka optycznie gęstszego pod kątem większym od kąta krytycznego (θ_g). Wektor falowy fotonów fali zanikającej dla wiązki pompującej wynosi:

$$k_p = k_0 n \sin \theta_p \quad (4.1.1)$$

dla wiązki laserowej sondującej :

$$k_s = k_0 n \sin \theta_s \quad (4.1.2)$$

Różne wartości wektorów falowych obu wiązek laserowych a zatem różne wartości przekazywanego pseudo-pędu w oddziaływaniu fali zanikającej z atomami Rb prowadzą do rozszczepienia rezonansu krzyżowego:

$$\omega_{cr} = \frac{\omega_i + \omega_j}{2} \quad (4.1.3)$$

na dwa rezonanse krzyżowe :

$$\varpi_{cr1} = \frac{\sin \theta_p \varpi_i + \sin \theta_s \varpi_j}{\sin \theta_p + \sin \theta_s} \quad (4.1.4)$$

$$\varpi_{cr2} = \frac{\sin \theta_s \varpi_i + \sin \theta_p \varpi_j}{\sin \theta_p + \sin \theta_s} \quad (4.1.5)$$

Z powyższego widać, że odległość między dwoma dipami Lamba wynosi:

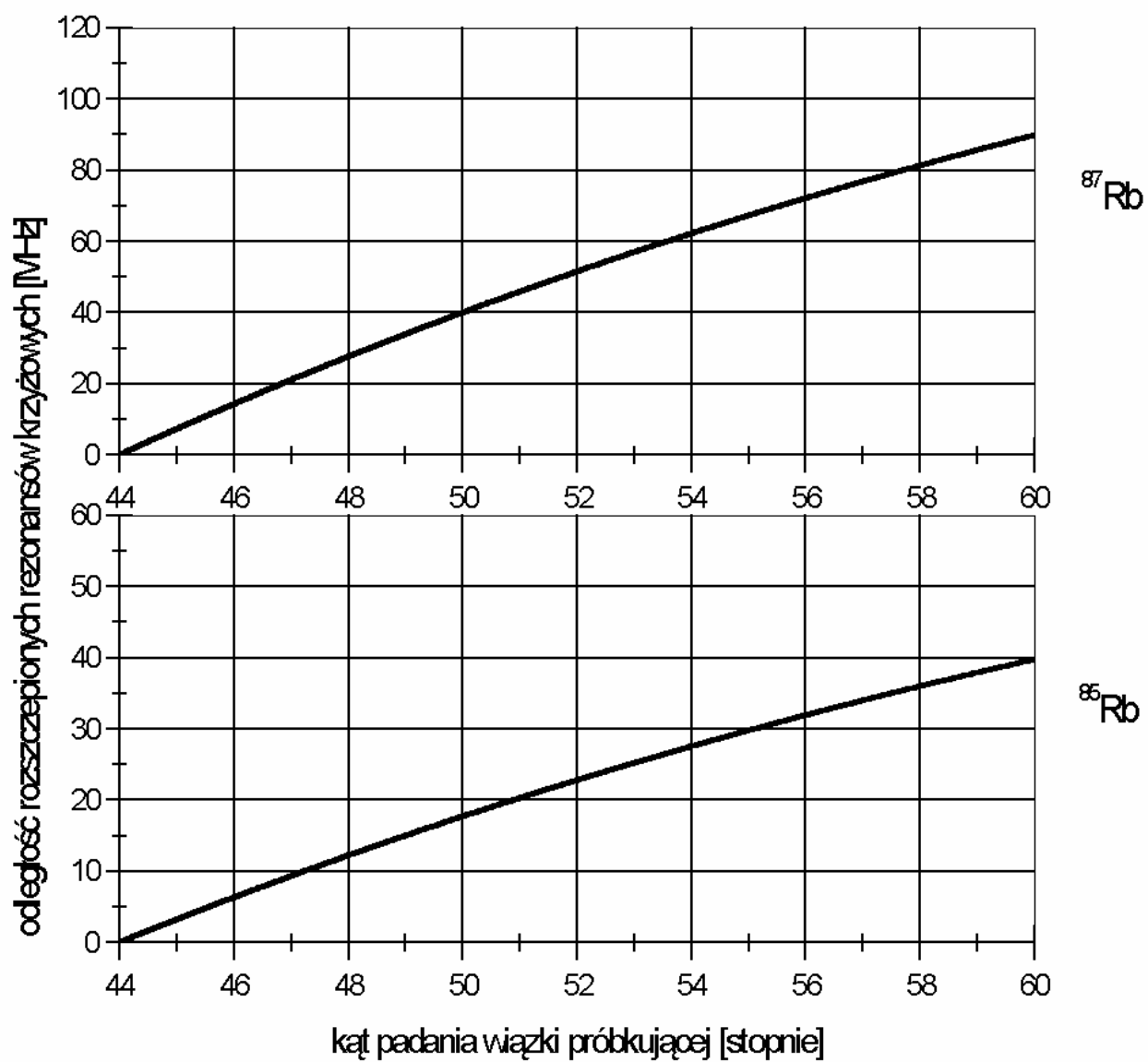
$$\Delta \varpi = \left| \varpi_{cr1} - \varpi_{cr2} \right| = \left| \varpi_i - \varpi_j \right| \frac{\left| \sin \theta_p - \sin \theta_s \right|}{\sin \theta_p + \sin \theta_s}, \quad (4.1.6)$$

$$\Delta \varpi = \left| \varpi_{cr} - \varpi_{cr2} \right| = \left| \varpi_{cr} - \varpi_{cr1} \right| = \frac{\left| \varpi_i - \varpi_j \right| \left| \sin \theta_p - \sin \theta_s \right|}{2 \sin \theta_p + \sin \theta_s}, \quad (4.1.7)$$

Wartość kąta wiązki pompującej jest ustalona i niewiele większa od kąta granicznego

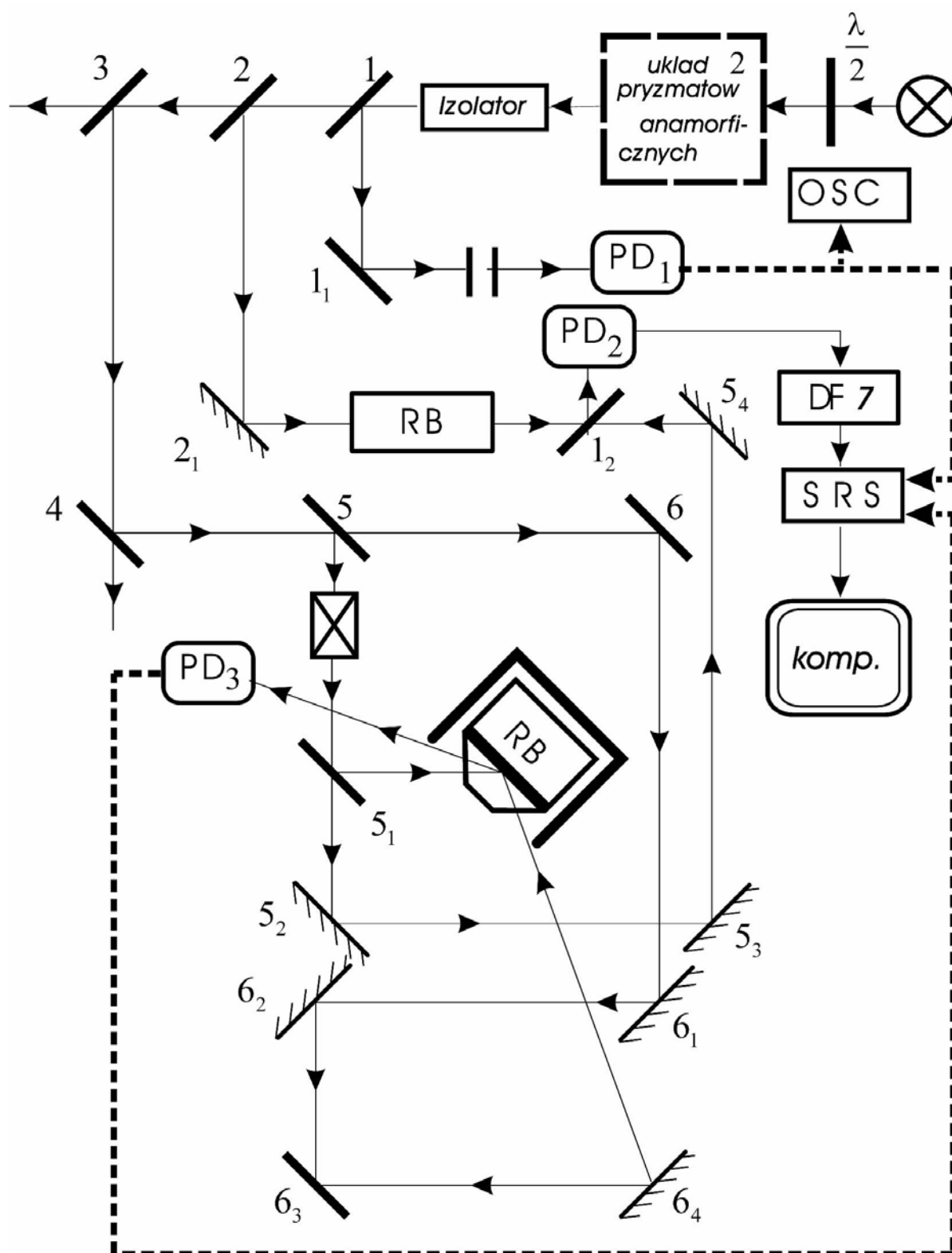
$$\theta_p = 44^0 \quad (\theta_c = 42.8^0) \quad (4.1.8)$$

Na rysunku 4.1 pokazany jest przebieg zmienności funkcji odległości dwóch dipów Lamba $\Delta \varpi(\sin \theta_s)$:



Rys. 4.1 Obraz funkcji odległości dwóch dipów lambda.

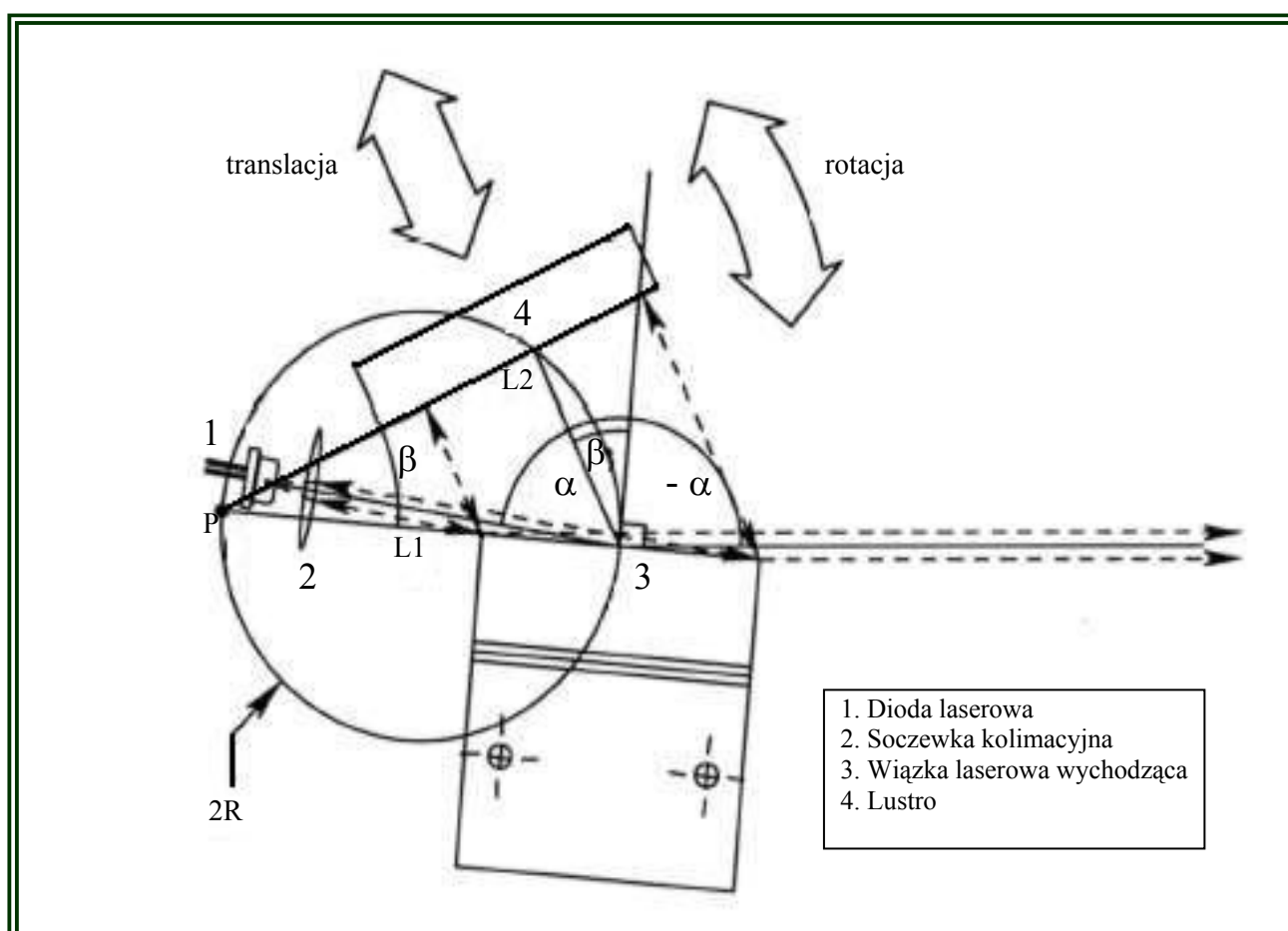
4.2 Schemat eksperymentu



Rys. 4.2. Schemat eksperymentu do bezdopplerowskiej spektroskopii absorpcyjnej w fali zanikającej.

4.3 Budowa i sterowanie laserem diodowym EOSI 2001 [17]

Laser diodowy firmy **Environmental Optical Sensors** serii **2001** służył jako źródło światła w przeprowadzonym doświadczeniu. Laser składa się z zewnętrznego rezonatora typu **Littmana–Metcalfa** i wymiennego modułu **DMD790** zawierającego diodę laserową **AlGaAs** wytwarzającą światło podczerwone w zakresie od **750 [nm]** do **890 [nm]** i moduł **Peltiera** do stabilizacji temperatury diody oraz fotodiode pozwalającą kontrolować moc emitowanego promieniowania. Schemat budowy lasera przedstawiony jest na rysunku 4.3 [rysunek pochodzi z instrukcji obsługi lasera [23]].



Rys. 4.3 Schemat budowa lasera diodowego **EOSI 2001** [23],

α – kąt padania wiązki laserowej na siatkę dyfrakcyjną,

β – kąt ugięcia m -tego rzędu dyfrakcji.

Tylna powierzchnia diody silnie odbijająca światło wykorzystana jest jako jedno z lusterek rezonatora. Światło z diody laserowej (nr 1 na rys.4.3), po skolimowaniu w soczewce (nr 2), pada pod **kątem ślizgowym** (bliskim $\pi/2$) na siatkę dyfrakcyjną (nr 3 na rysunku 4.3). Światło załamane na siatce dyfrakcyjnej (oznaczonej nr 3 na rysunku 4.3) jest odbijane przez drugie lustro (nr 4). Wybierana jest w ten sposób długość fali światła zgodnie ze wzorem:

$$\lambda_g = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{md}, \quad (4.1.9)$$

gdzie:

α – kąt padania wiązki laserowej na siatkę dyfrakcyjną,

β – kąt ugięcia m-tego rzędu dyfrakcji,

d – stała siatki.

Wiązka wyjściowa lasera jest **zerowym rzędem odbicia siatki dyfrakcyjnej** ($\beta = -\alpha$) i zawiera około 40 procent mocy emitowanej przez diodę. Podczas przestrajania lasera zarówno siatka dyfrakcyjna jak i dioda laserowa pozostają nieruchome co zapewnia, że promień zerowego ugięcia nie odchyła się. Zmianę długości fali generowaną przez laser uzyskuje się przez niewielki obrót lustra (nr 4) co powoduje zmianę wartości kąta ugięcia β i w efekcie inna długość fali jest odbijana z powrotem do diody laserowej. Ważne przy tym jest aby dana długość fali zawierała się w obszarze wzmocnienia diody. Podczas obracania lustra (nr 4). Rysunek 4.4 pokazuje poglądowo charakterystyki spektralne siatki dyfrakcyjnej i rezonatora zewnętrznego. Z konstrukcji geometrycznej rezonatora lasera wynika prosty wzór na przeliczalny zbiór charakterystycznych wartości własnych rezonatora:

$$\lambda_c = \frac{2}{n} [L1 + L2], \quad (4.1.10)$$

gdzie:

L1 – odległość tylnej ścianki diody laserowej od środka geometrycznego siatki dyfrakcyjnej

L2 – odległość środka geometrycznego siatki dyfrakcyjnej od powierzchni lustra zewnętrznego (nr 4)

n – całkowita liczba połówek fali w rezonatorze.

Gdy jedno z maksimum charakterystyki spektralnej wnęki rezonansowej pokryje się z maksimum krzywej spektralnej siatki dyfrakcyjnej to generowana jest **praca jednodomowa lasera**. Jeśli laser znajduje się w stanie pracy jednodomowej to znaczy, że na konstrukcję geometryczną rezonatora zostały nałożone takie więzy, że podczas przestrajania lasera przy obrocie zewnętrznego lustra rezonatora jest spełniony warunek w którym różnica pomiędzy długością własną rezonatora określoną wzorem (4.1.10) i długością fali generowanego światła określoną wzorem (4.1.9) jest równa wartości zerowej:

$$|\lambda_g - \lambda_c| = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{n}[L1 + L2] = \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{md}, \quad (4.1.11)$$

Powyższy związek oznacza, że charakterystyka spektralna wnęki rezonansowej przesuwa się identycznie jak charakterystyka spektralna siatki dyfrakcyjnej (patrz rys.4.4). Gdy warunek 4.1.11 jest spełniony to całkowita długość geometryczna rezonatora wynosi:

$$L1 + L2 = \frac{n}{2md}[\sin \alpha + \sin \beta], \quad (4.1.12)$$

Ustalając, że:

$$L2 = \frac{n}{2md} \sin \beta, \quad (4.1.13)$$

otrzymujemy równanie okręgu o promieniu:

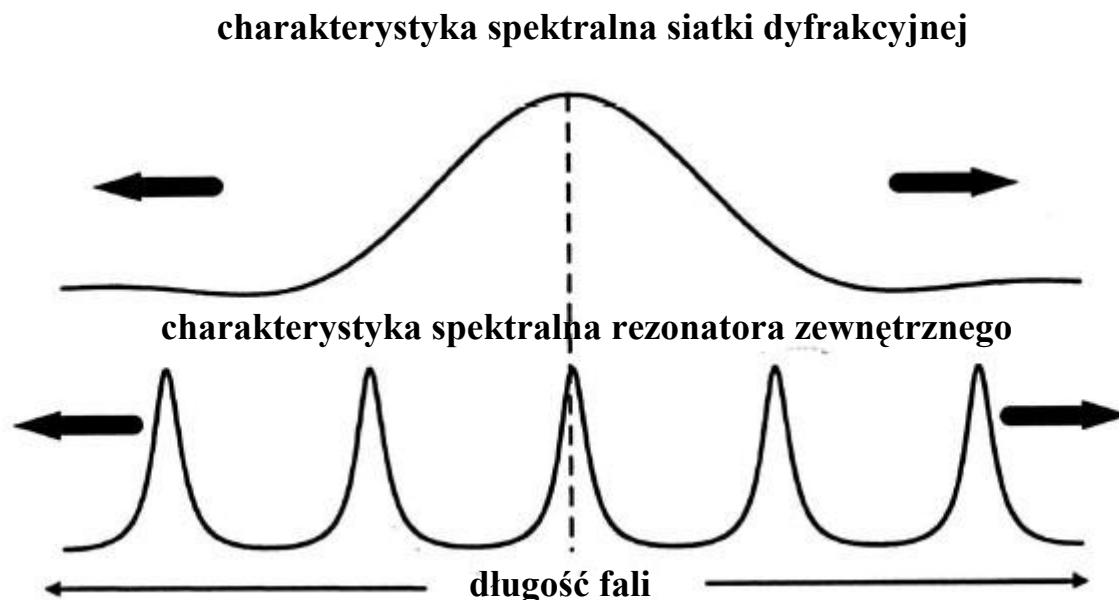
$$R = \frac{n}{4md} \quad (4.1.14)$$

Oś obrotu ramienia lustra zewnętrznego i oraz środek tego lustra i środek siatki dyfrakcyjnej muszą leżeć na tym okręgu. Aby przestrajanie było ciągłe L1 musi spełniać warunek:

$$L1 = \frac{n}{2md} \sin \alpha, \quad (4.1.15)$$

Lustro zewnętrzne wykonuje jednoczesny ruch obrotowy i translacyjny i ramię obrotu na którym lustro zewnętrzne jest umocowane ma oś obrotu w punkcie oznaczonym na rysunku 4.3 jako punkt P. Precyzyjne przestrajanie częstości promieniowania laserowego może odbywać się poprzez napięciowe kontrolowanie zmian położenia lustra zewnętrznego osadzonego na elementach

piezoceramicznych – pod wpływem przyłożonego napięcia, jeden element piezo umożliwił tylko ruch translacyjny lustra zewnętrznego, natomiast drugi element zmianę kąta ustawienia lustra.



Rys.4.4 Charakterystyka spektralna siatki dyfrakcyjnej i charakterystyka spektralna rezonatora zewnętrznego [23]

Natężenie prądu diody laserowej i temperatura złącza były ustalone. Do wejścia oznaczonego PzT MOD zostało przyłączone zewnętrzne źródło napięcia pochodzące z detektora fazoczułego SR 830, którego działanie omówione jest w paragrafie 4.8 niniejszego rozdziału. Podczas całego eksperymentu parametry sterownika lasera były następujące:

- natężenie prądu diody laserowej: $I_D = 60 \text{ mA}$ (tryb CC – constans curent mode)
- temperatura złącza diody: $T = 22^0 \text{ C}$,
- długość fali lasera, wskazywana w sterowniku lasera w trybie *wavelength*: $\lambda = 794.49 \text{ nm}$.

Wiązka laserowa miała kształt eliptyczny o wymiarach półosi równych 1 [mm] i 4 [mm]. Moc wiązki laserowej zmierzona przed wejściem do komórki wynosiła:

Moce wiązek laserowych zmierzone przed wejściem do pryzmatu:

$$\begin{array}{l} \text{(i)} \quad P_{i,pomp} = 450 \text{ [W] dla wiązki pompującej,} \\ \text{(ii)} \quad P_{i,sond} = 150 \text{ [W] dla wiązki sondującej.} \end{array} \quad (4.1.16)$$

Współczynnik transmisji T_j ($j=\{s,p\}=\{TE,TM\}$) fali laserowej do pryzmatu określony jest przez stosunek intensywności $I_{j,i}$ pola laserowego propagującego się w pryzmacie do intensywności pola laserowego przed pryzmatem I_L (równanie 2.37 strona 39 – paragraf 2.5 „Równania Fresnela dla fali zanikającej”) i dla kwarcu ($n=1.47$) $T_j = T_L \approx 0.96$ (równ. 2.39 – strona 39, paragraf 2.5). Znajomość wymiarów przestrzennych wiązki laserowej i współczynnika transmisji T_L (równ. 2.39 – strona 39, paragraf 2.5) pozwala na szacunkowe wyliczenie intensywności propagujących się wiązek laserowych wewnątrz pryzmatu:

Intensywność wiązek laserowych w pryzmacie ($n = 1.47$) :

$$\begin{array}{l} \text{(i) Dla pola laserowego pompującego :} \\ I_{j,i,pomp} = I_{L,pomp} \times T_L = \frac{P_{i,pomp}}{S} \times T_L \cong \frac{300 \times 10^{-3}}{0.8 \times 0.2} \times 0.96 \left[\frac{mW}{cm^2} \right] = 1.8 \left[\frac{mW}{cm^2} \right], \\ \text{(ii) Dla pola laserowego próbkującego :} \\ I_{j,i,sond} = I_{L,sond} \times T_L = \frac{P_{i,sond}}{S} \times T_L \cong \frac{100 \times 10^{-3}}{0.8 \times 0.2} \times 0.96 \left[\frac{mW}{cm^2} \right] = 0.6 \left[\frac{mW}{cm^2} \right]. \end{array} \quad (4.1.17)$$

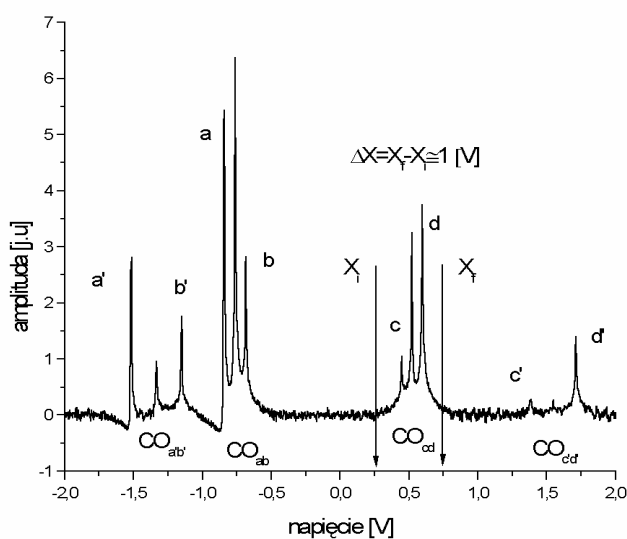
Dla obu wiązek laserowych została również zmierzona ich moc po przejściu przez pryzmat komórki [kwarc – $n=1.47$] w wyniku całkowitego wewnętrznego odbicia od płaszczyzny wewnętrznej pryzmatu. Pomiar mocy wiązek laserowych po wyjściu z pryzmatu wykonane były wiele razy – przy różnych kątach padania wiązki laserowej próbkującej (większych od kąta granicznego) na powierzchnię wewnętrzną pryzmatu. Zmierzona moc wyjściowa dla obu wiązek laserowych miała wartość około 40% mocy wejściowej niezależnie od kąta padania i mocy wejściowej wiązek – główną przyczyną takiego spadku mocy były trwałymi zanieczyszczenia ścian wejściowych pryzmatu – przede wszystkim zmatowienie powierzchni [opisywana komórka z parami atomowymi Rb była używana przez wiele lat w laboratorium]. Uwzględniając powyższy fakt należy przyjąć, że wewnątrz pryzmatu intensywność światła laserowego jest mniejsza niż wynikałoby to z równań Fresnela (§2.1 strona 27 i §2.5 strona 38) określonych dla idealnie

czystej powierzchni wejściowej pryzmatu ($n=1.47$). Można w przybliżeniu uznać, że zanieczyszczenia obu ścian wejściowych pryzmatu są takie same i ich wkład w względne osłabianie transmitowanych wiązek laserowych wchodzących do pryzmatu bądź wychodzących jest takie samo. Uwzględnienie omówionych zanieczyszczeń zmniejsza wartość współczynnika transmisji światła laserowego do pryzmatu i moce wiązek wewnątrz pryzmatu będą wynosić:

Intensywność wiązek laserowych w pryzmacie ($n=1.47$):

$$\begin{aligned}
 & \text{(i) Dla pola laserowego pompującego :} \\
 & I_{j,i;pomp} = \left[I_{L;pomp} \times T_L - 0.25 \times I_{L;pomp} \times T_L \right] \cong 1.35 \left[\frac{mW}{cm^2} \right], \\
 & \text{(ii) Dla pola laserowego próbkującego :} \\
 & I_{j,i;sond} = \left[I_{L;sond} \times T_L - 0.25 \times I_{L;sond} \times T_L \right] \cong 0.45 \left[\frac{mW}{cm^2} \right].
 \end{aligned} \tag{4.1.18}$$

Przy zmianie kąta padania wiązki laserowej próbkującej amplituda sygnału sterującego elementem piezoceramicznym dopasowana była za każdym razem do przedziału obejmującego tylko linie a,b lub c,d (przejścia: $5^2S_{1/2} F=3 \rightarrow 5^2P_{1/2} F'=2, 3$ lub przejścia: $5^2S_{1/2} F=2 \rightarrow 5^2P_{1/2} F'=2, 3$) dla izotopu ^{85}Rb . Wielkość przedziału i punkty początkowe i końcowe sygnału sterowania pokazane są na rys. 4.3. Czas przebiegu strojenia lasera zależał od nastawy parametrów pracy detektora fazoczułego tzn. od ilości punktów pomiaru na zakres podanego przedziału napięcia i od czasu rejestracji jednego punktu pomiarowego (przykłady wartości parametrów pracy detektora fazoczułego w trakcie wykonywanego omawianego doświadczenia są podane w rozdziale 5).

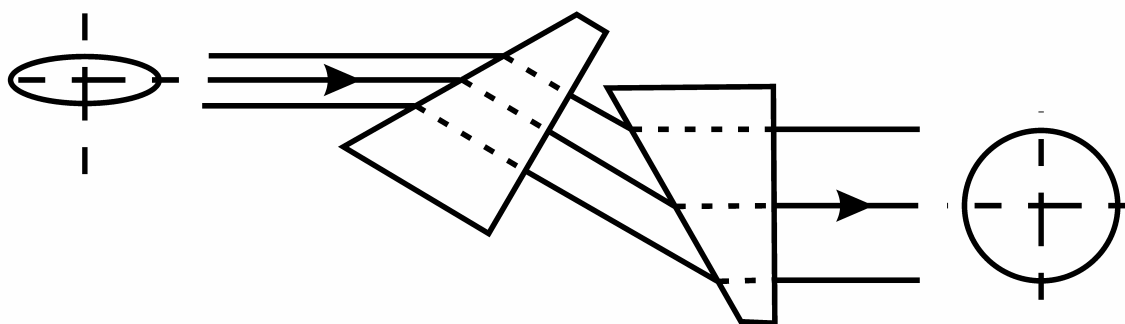


Rys. 4.5. Widmo absorpcyjne sygnału referencji.

4.4 Półfalówka, pryzmaty anamorficzne i izolator optyczny.

Wiązka laserowa wychodząca z lasera w przekroju poprzecznym ma kształt elipsy o wymiarach około $1 \text{ [mm]} \times 8 \text{ [mm]}$. Aby poprawić jej geometrię przepuszcza się tę wiązkę przez układ dwóch pryzmatów anamorficznych. Pryzmaty te mają kształt trapezu prostokątnego, w którym jedna ze ścian jest nachylona do podstawy pod kątem Brewstera. Przy odpowiednim wzajemnym układzie tych pryzmatów wiązka laserowa po przejściu przez taki układ ma przekrój poprzeczny zbliżony do kształtu koła. Rysunek 4.4. ilustruje poglądowe działanie tych pryzmatów jak i parametry ich budowy.

Półfalówka służy do tego by móc zmieniać płaszczyznę polaryzacji światła wychodzącego z lasera tak by po przejściu przez układ pryzmatów anamorficznych i izolatora optycznego moc światła laserowego mierzonego za izolatorem była maksymalnie duża (uzyskana przez mnie wartość to 16 mW).

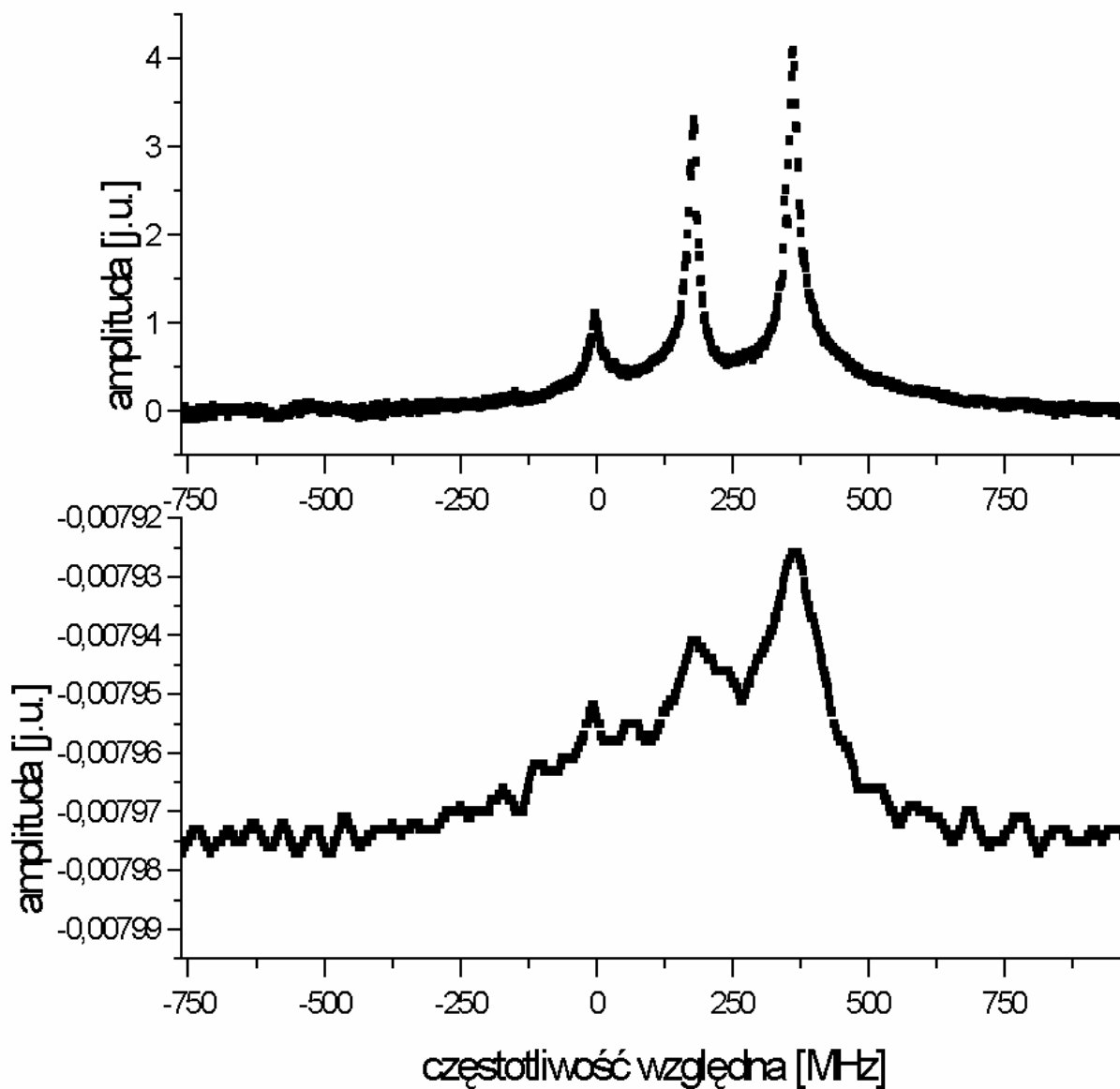


Rys. 4.6. Bieg promienia laserowego przez układ pryzmatów anamorficznych.

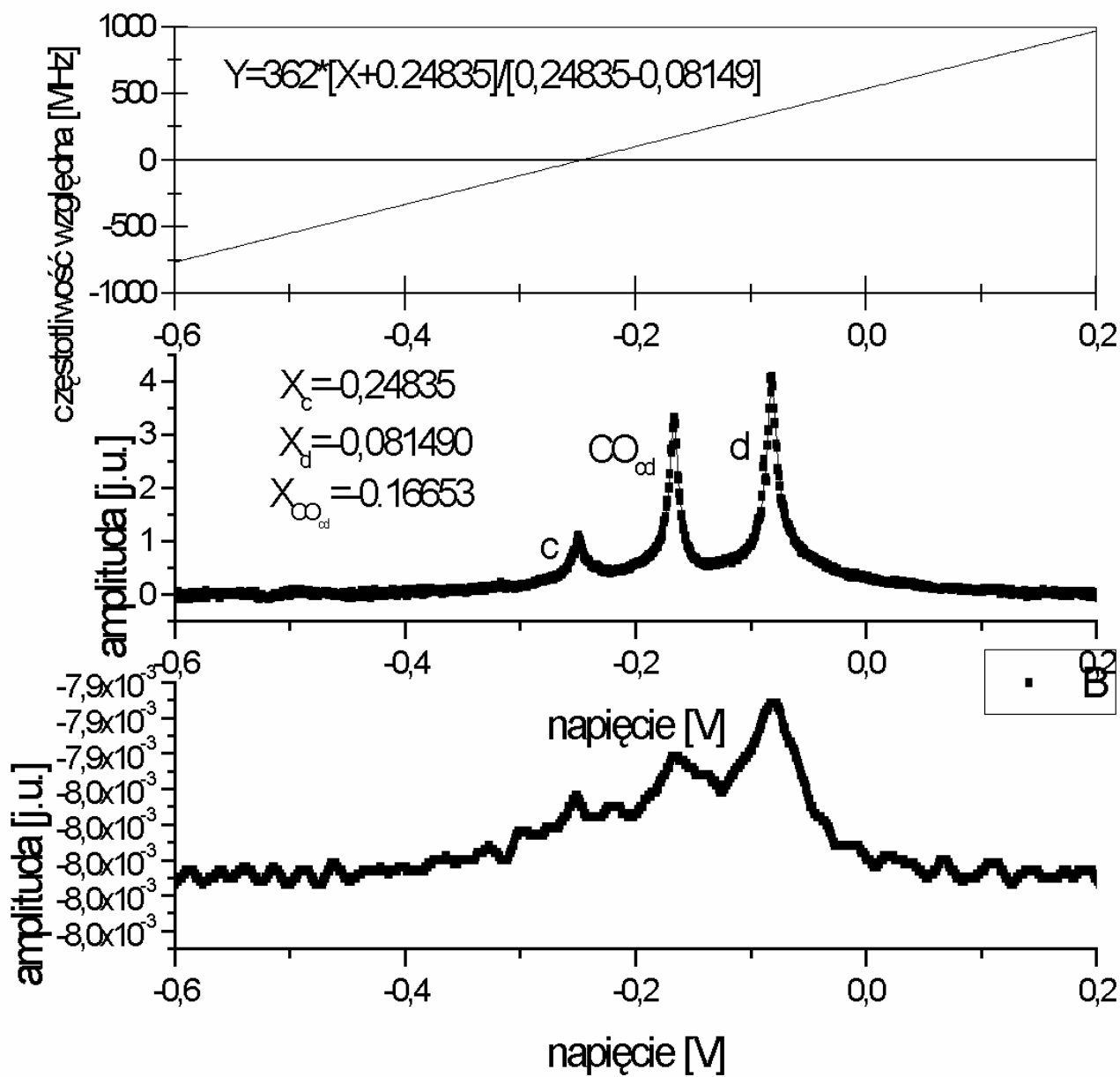
4.5 Układ spektroskopii bezdopplerowskiej jako znacznik częstości.

Wiązka laserowa została podzielona przez szklaną płytkę światłodziącą oznaczoną na rysunku 4.2 numerem 2 ($R=4\%$). Odbita wiązka laserowa użyta została jako próbkująca wiązka w spektroskopii nasyceniowej układu referencyjnego. Podział przerywanej (częstość przerywania = 810 [MHz]) wiązki laserowej przez płytkę światłodziącą oznaczoną na rysunku 4.2 numerem 5 ($R= 50 \%$) pozwolił uzyskać przerywaną wiązkę laserową pompującą dla układu referencyjnego (wiązka przechodząca) i przerywaną wiązkę laserową pompującą (wiązka odbita) kierowaną na komórkę z pryzmatem. Lustra oznaczone na rysunku 4.2 numerami 5_2 , 5_3 , 5_4 kierują przerywaną wiązkę laserową na komórkę z parami atomów rubidu przeciwbieżnie do wiązki próbkującej. Obie wiązki są delikatnie skrócone względem siebie tak by wiązka próbkująca referencyjna nie była kierowana układem luster 5_4 , 5_3 , 5_2 na płytkę światłodziącą 5_1 gdyż zaburzałoby to rejestrację sygnału fali zanikającej.

W eksperymencie laser strojony był w wąskim przedziale napięcia obejmującym tylko nadsubtelne linie przejść a,b i c,d (ze stanu $5^2S_{1/2} F = 2,3$ do stanu $5^2P_{1/2} F' = 2, 3$) dla izotopu ^{85}Rb . Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu było używane jako znacznik częstości. W wąskim przedziale strojenia lasera można założyć, że częstotliwość zmienia się dokładnie liniowo wraz ze zmieniającym się napięciem. Wiedząc jaka jest odległość w skali częstości między liniami c, d lub a, b łatwo przeliczyć skalę napięcia bądź numeru pomiaru na skalę częstotliwości względnej. Rysunki 4.7 i 4.8 przedstawiają omówioną kalibrację częstotliwościową.



Rys. 4.7. Przykładowy bezdopplerowski profil absorpcyjny atomów rubidu w fali zanikającej po kalibracji częstotliwościowej.



Rys. 4.8. Bezdopplerowski profil absorpcyjny atomów rubidu w fali zanikającej i referencyjne bezdopplerowskie widmo absorpcyjne i liniowa funkcja kalibracji częstotliwościowej.

4.6 Prowadzenie kątowe zwierciadła

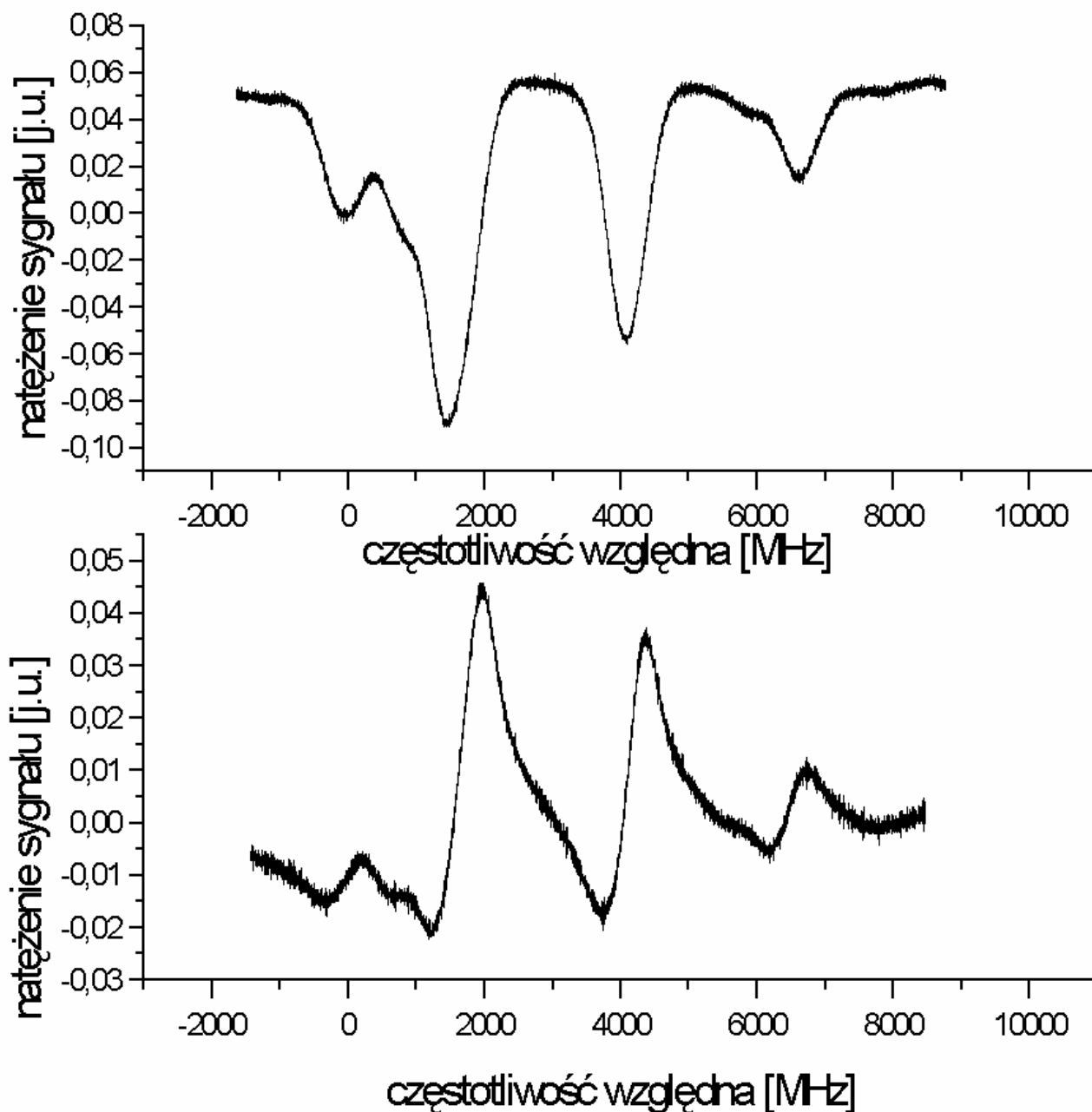
4.6.1 Pozycja zerowa układu doświadczalnego. Baza układu pomiarowego

Bardzo ważnym końcowym etapem ustawiania elementów optycznych układu doświadczalnego było ustalenie pozycji bazowej układu tzn. pozycji w której wiązki pompująca i próbująca się pokrywają. Osie prostokątnego układu odniesienia OX i OY wyznacza początkowy kierunek biegu wiązki próbującej tzn. lustra 6_3 i 6_4 (rys. 4.2) są w takiej pozycji, że kierunek odbitego promienia laserowego od powierzchni zwierciadła 6_3 (biegnący równoległe do prowadnicy zwierciadła 6_4) jest prostopadły do kierunku odbicia promienia laserowego od powierzchni lustra 6_4 (wiązka biegnie równoległe do pręta łączącego zwierciadło 6_4 z stałym punktem obrotu). Ustawienie takiej początkowej pozycji zwierciadeł uzyskałem przesuwając wzdłuż poszczególnych kierunków ekran i tak korygowałem pozycje lusterek aby obserwowany punkt padania wiązki laserowej na ekranie nie zmieniał położenia dla dwóch odległych pozycji ekranu względem pozycjonowanego lustra (blisko zwierciadła i maksymalnie daleko).

Następnym istotnym krokiem jest ustalenie pozycji komórki znajdującej się w piecyku. Po pierwsze odległość piecyka jest tak dobrana że ściana boczna pryzmatu jest odległa o $D/2$ od osi lustra 6_4 (D - długość pręta w pozycji zerowej lustra 6_4). Położenie kątowe piecyka ustalamy obserwując sygnał fali zanikającej na oscyloskopie. Kręcąc delikatnie piecykiem znajdujemy punkt w którym sygnał fali zanikającej przechodzi w sygnał selektywnego odbicia (rys. 4.9). Zatem pozycja zerowa piecyka jest to ta pozycja kątowa piecyka względem padającej fali próbującej dla której już się nie obserwuje sygnału selektywnego odbicia. Sygnał selektywnego odbicia SR charakteryzuje się asymetrycznym kształtem o charakterze dyspersyjno-absorbcyjnym – rysunek 4.9a pokazuje zarejestrowaną linię widmową, która odtwarza strukturę linii widmowej SR. Przejście od selektywnego odbicia do absorpcji fali zanikającej jest zjawiskiem wyjątkowym. Rejestrowane pole elektromagnetyczne w zjawisku selektywnego odbicia jest spójną sumą fal wyemitowanych przez wzbudzone atomowe momenty dipolowe a zatem ma charakter dyspersyjny. Widmo fali zanikającej jest natomiast widmem absorpcyjnym. Ciekawą interpretację zjawiska przejścia od widma SR do fali zanikającej podaje Krzysztof Kiersnowski w swojej pracy magisterskiej [17]¹. Omawiane zjawisko przejścia jest przez Krzysztofa Kiersnowskiego interpretowane jako przejście fazowe między dwoma „stanami” oddziaływania atomów w pobliżu powierzchni dielektryka z polem elektromagnetycznym. Dla wartości kąta padania, w którym następuje całkowite

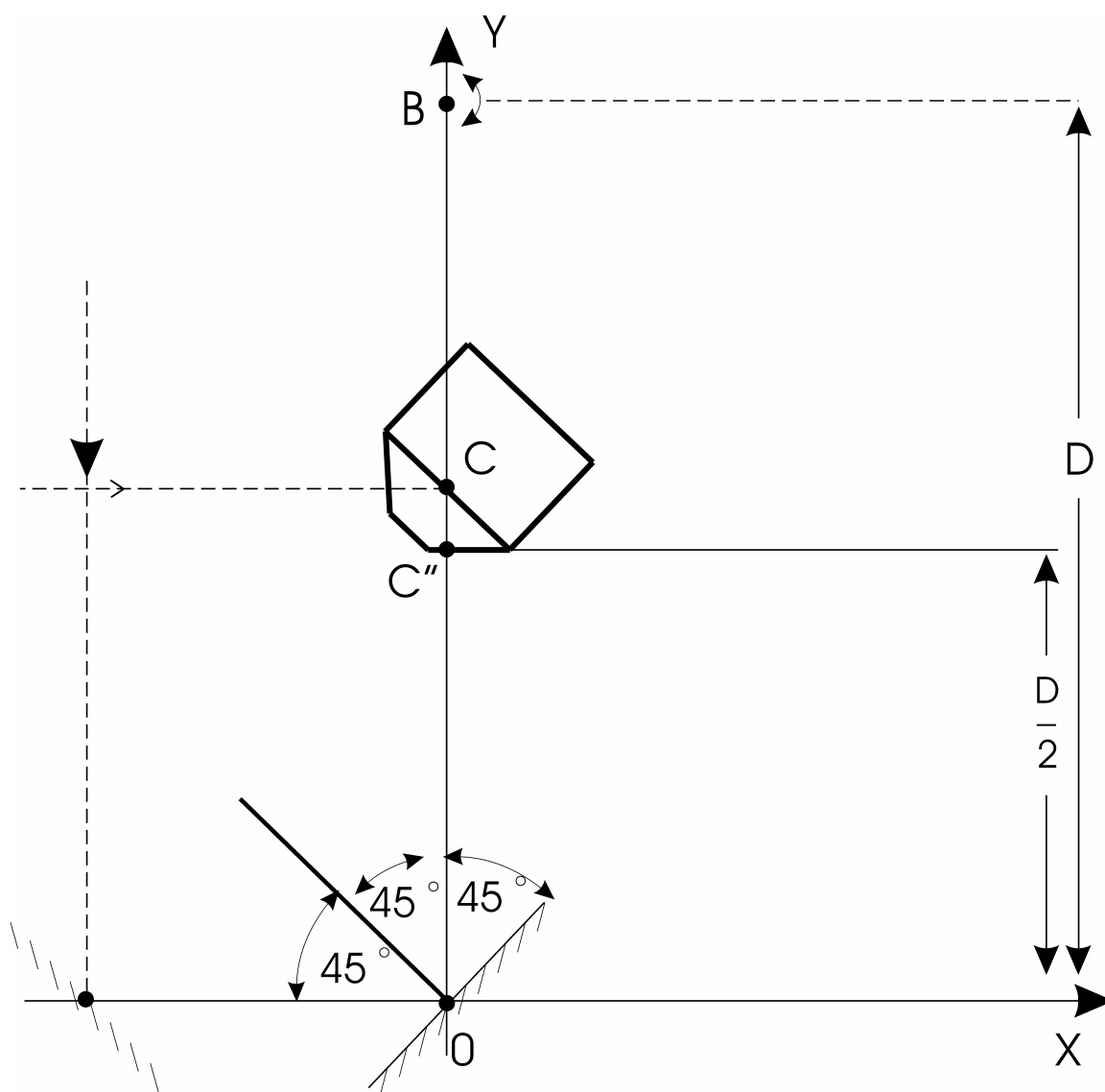
wewnętrzne odbicie odbywa się „przejście fazowe”. Dla kąta padania mniejszego niż wartość kąta granicznego obserwuje się „fazę selektywnego odbicia” (patrz rysunek 4.9).

¹strona 75 § 7.2, Zjawisko selektywnego odbicia jest również szczegółowo omawiane w pracy magisterskiej Marka Kasprowicza [34]



Rys. 4.9. Widmo atomów rubidu w polu fali zanikającej (b) ustala pozycję zerową komórki (pole wiązki laserowej propaguje się wewnątrz pryzmatu i pada na powierzchnię rozdziału kwarc: pary atomowe rubidu pod kątem r niewiele większym od kąta krytycznego $k \sim 42.8^\circ$). Widmo (b) uzyskuje się w wyniku niewielkiej zmiany wartości kąta ustawienia piecyka względem pozycji startowej w której obserwuje się widmo absorpcyjne atomów rubidu w selektywnym odbiciu (a).

Pozycja zerowa układu piecyk - wiązka próbkująca pozwala na ustawienie odpowiedniej pozycji dla zwierciadła 5_1 (rys. 4.2) czyli dla zwierciadła, które kieruje wiązkę laserową pompującą na komórkę z parami atomowymi rubidu w kierunku przeciwnym do kierunku propagacji wiązki próbkującej. Ustawienie to jest bardzo proste. Po prostu szukamy takiej pozycji zwierciadła 5_1 aby wiązki dokładnie się pokrywały na drodze między lustrami 5_1 a 6_4 tzn. aby wiązka pompująca po przejściu przez komórkę padała na lustro 6_4 w miejscu w którym odbija się wiązka próbkująca. Rysunek 4.9. ilustruje bazowe ustawienie układu. Początek prostokątnego układu odniesienia przyjmuje się w punkcie położenia osi zwierciadła ruchomego 6_4 w pozycji w której pokrywają się wiązki próbkująca i pompująca.



Rys. 4.10. Pozycja zerowa układu doświadczalnego wyznaczającego bazę układu odniesienia.

4.6.2 Przesunięcie zwierciadła 6₃

Sondująca wiązka laserowa pada na zwierciadło 6₄ pod kątem γ do normalnej tego zwierciadła (punkt A położenia osi obrotu lustra 6₄ ma współrzędne $(A_x = D \cdot \tan \alpha, A_y = 0)$). Odbita wiązka laserowa pada na ścianę pryzmatu pod kątem i rys. 4.12. Dla określonej pozycji zwierciadła 6₄ kąt nachylenia α sztywno połączonego pręta ze zwierciadłem 6₄ z osią OY wynosi:

$$\tan \alpha = \frac{A_x}{D} \Rightarrow \alpha = \arctan \left(\frac{A_x}{D} \right), \quad (4.5.1)$$

Wartość kąta α wyznacza wartość kąta padania i wiązki sondującej na ścianę pryzmatu. Z rys. 4.12 (strona 97) widać, że spełnione są następujące relacje:

$$\alpha + 45^\circ + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \gamma = 45^\circ - \alpha, \quad (4.5.2)$$

$$i = 90^\circ - 2\gamma, \quad (4.5.3)$$

Zatem z (4.5.2) i (4.5.3) wynika, że:

$$i = 90^\circ - 2(45^\circ - \alpha) = 2\alpha, \quad (4.5.4)$$

Kąt załamania r_1 wiązki laserowej wchodzącej do pryzmatu i kąt padania i tej wiązki spełniają prawo Snella:

$$\frac{\sin i}{\sin r_1} = n \Rightarrow \sin r_1 = \frac{1}{n} \sin i \Leftrightarrow r_1 = \arcsin \left(\frac{1}{n} \sin i \right) = \arcsin \left(\frac{1}{n} \sin 2\alpha \right), \quad (4.5.5)$$

Z rysunku 4.12 (strona 97) widać, że kąty r_1 , k , r spełniają równanie:

$$r = r_1 + k, \quad (4.5.6)$$

Zatem aby wiązka załamana na ścianie $|ED|$ pryzmatu trafiła w punkt centralny C powierzchni granicznej, wiązka ta powinna załamywać się dokładnie w punkcie A'' o współrzędnych:

$$A'' = \left(\frac{L}{2} \sin k * \tan r_1, \frac{D}{2} \right), \quad (4.5.7)$$

Równanie prostej przechodzącej przez A'' i nachylonej do osi OX pod kątem $180^\circ - 2\gamma$ wynosi:

$$y = \tan(180^\circ - 2\gamma) * x + B = -\tan(2\gamma) * x + B, \quad (4.5.8)$$

$$B = \frac{D}{2} + \tan(2\gamma) * \frac{L}{2} \sin k * \tan r_1, \quad (4.5.9)$$

zatem:

$$y = \tan(2\gamma) * \left(-x + \frac{L}{2} \sin k * \tan r_1 \right) + \frac{D}{2}, \quad (4.5.10)$$

Podstawiając do równania (4.5.10) równanie (4.5.2) otrzymamy:

$$y = \tan 2(45^\circ - \alpha) * \left(-x + \frac{L}{2} \sin k * \tan r_1 \right) + \frac{D}{2}, \quad (4.5.11)$$

Kąt nachylenia b płaszczyzny zwierciadła β_4 do osi OX w punkcie $A=(D*\tan\alpha,0)$ wynosi:

$$\beta = 180^\circ - (90^\circ + 2\gamma) = 45^\circ + \alpha, \quad (4.5.12)$$

Zatem równanie prostej biegnącej wzdłuż powierzchni zwierciadła β_4 ma postać:

$$y = \tan(45^\circ + \alpha) * x + B', \quad (4.5.13)$$

$$B' = -\tan(45^\circ + \alpha) * D \tan \alpha, \quad (4.5.14)$$

zatem

$$y = \tan(45^\circ + \alpha) * (x - D \tan \alpha), \quad (4.5.15)$$

Równania (4.5.10) i (4.5.15) pozwalają wyznaczyć współrzędne punktu A' powierzchni zwierciadła 6_4 , na który wiązka laserowa powinna padać by po odbiciu w tym punkcie i załamaniu na ścianie pryzmatu $|ED|$ trafiała w punkt centralny C powierzchni granicznej. Szukane przesunięcie Δy zwierciadła 6_3 będzie równe współrzędnej A'_y punktu A' . Wyznamy zatem rozwiązanie układu równań:

$$y = \tan(90^\circ - 2\alpha) * (-x + \frac{L}{2} \sin k * \tan r_1) + \frac{D}{2}, \quad (4.5.16)$$

$$y = \tan(45^\circ + \alpha) * (x - D \tan \alpha), \quad (4.5.17)$$

Odejmując stronami (4.5.17) od (4.5.16) i rozwiązując względem x otrzymamy:

$$x = \frac{\left[\tan(45^\circ + \alpha) * D \tan \alpha + \tan 2(45^\circ - \alpha) * \frac{L}{2} \sin k \tan r_1 + \frac{D}{2} \right]}{\tan(45^\circ + \alpha) + \tan 2(45^\circ - \alpha)}, \quad (4.5.18)$$

podstawiając (4.5.18) do (4.5.17) wyznaczmy y :

$$y = \Delta y = \tan(45^\circ + \alpha) \left[\frac{[\tan 2(45^\circ - \alpha)] \left[\frac{L}{2} \sin k \tan r_1 - D \tan \alpha \right] + \frac{D}{2}}{\tan(45^\circ + \alpha) + \tan 2(45^\circ - \alpha)} \right], \quad (4.5.19)$$

Podstawiając do otrzymanych równań (4.5.18) i (4.5.19) równanie (4.5.5) otrzymamy:

$$x = \frac{\left[\tan(45^\circ + \alpha) * D \tan \alpha + \tan 2(45^\circ - \alpha) * \frac{L}{2} \sin k \tan(ar \sin(\frac{1}{n} \sin 2\alpha)) + \frac{D}{2} \right]}{\tan(45^\circ + \alpha) + \tan 2(45^\circ - \alpha)}, \quad (4.5.20)$$

$$y = \Delta y = \tan(45^\circ + \alpha) \left[\frac{[\tan 2(45^\circ - \alpha)] \left[\frac{L}{2} \sin k \tan(ar \sin(\frac{1}{n} \sin 2\alpha)) - D \tan \alpha \right] + \frac{D}{2}}{\tan(45^\circ + \alpha) + \tan 2(45^\circ - \alpha)} \right], \quad (4.5.21)$$

Korzystając z prostych relacji trygonometrycznych takich, że:

$$\tan(45^\circ + \alpha) = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}, \quad (4.5.22)$$

$$\tan 2(45^\circ - \alpha) = \frac{1}{\tan 2\alpha} = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{2 \tan \alpha}, \quad (4.5.23)$$

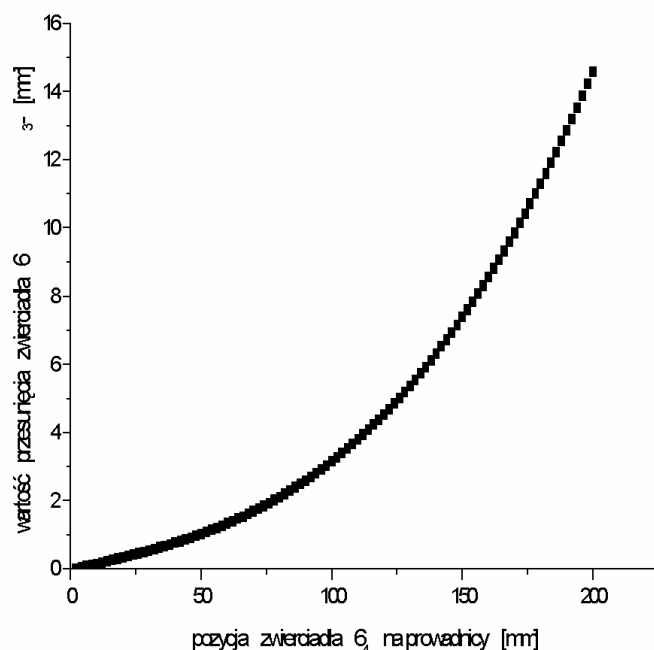
można zapisać równania (4.5.20) i (4.5.21) w postaci:

$$x = \frac{\tan \alpha}{(1 + \tan^2 \alpha)} \left[\left(2 \tan \alpha + \frac{(1 - \tan \alpha)}{(1 + \tan \alpha)} \right) D + \frac{(1 - \tan^2 \alpha) L \sin k}{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)^2 - 4 \left(\frac{1}{n} \right)^2 \tan^2 \alpha}} \right], \quad (4.5.24)$$

$$(4.5.25)$$

$$y = \Delta y = \tan \alpha \left(\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \left(\frac{2 \tan \alpha (1 + \tan \alpha)}{1 - \tan \alpha} + 1 \right) - \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} \right) D + \frac{(1 + \tan^2 \alpha) L \sin k}{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)^2 - 4 \left(\frac{1}{n} \right)^2 \tan^2 \alpha}},$$

Wstawiając do otrzymanych powyżej równań (4.5.24) i (4.5.25) równanie (4.5.1) otrzymamy równania na współrzędne punktu A' zależne jawnie tylko od wartości położenia zwierciadła 6_4 na osi OX. Rysunek 4.13. przedstawia obraz funkcji przesunięcia zwierciadła 6_4 .



Rys. 4.13. Przesunięcie zwierciadła 6_3 w funkcji położenia zwierciadła 6_4

4.6.3 Maksymalne wychylenie zwierciadła 6₄. Funkcja brzegowa układu prowadzenia kąтового zwierciadła. Funkcja błędu.

Wyznaczony punkt A' opisany równaniami (4.5.24) i (4.5.25) znajduje się siaszczyźnie zwierciadła 6₄ o ile odległość |AA'| spełnia warunek:

$$|AA'| < R, \quad (4.5.26)$$

gdzie R – promień zwierciadła 6₄ (R = 15 [mm]).

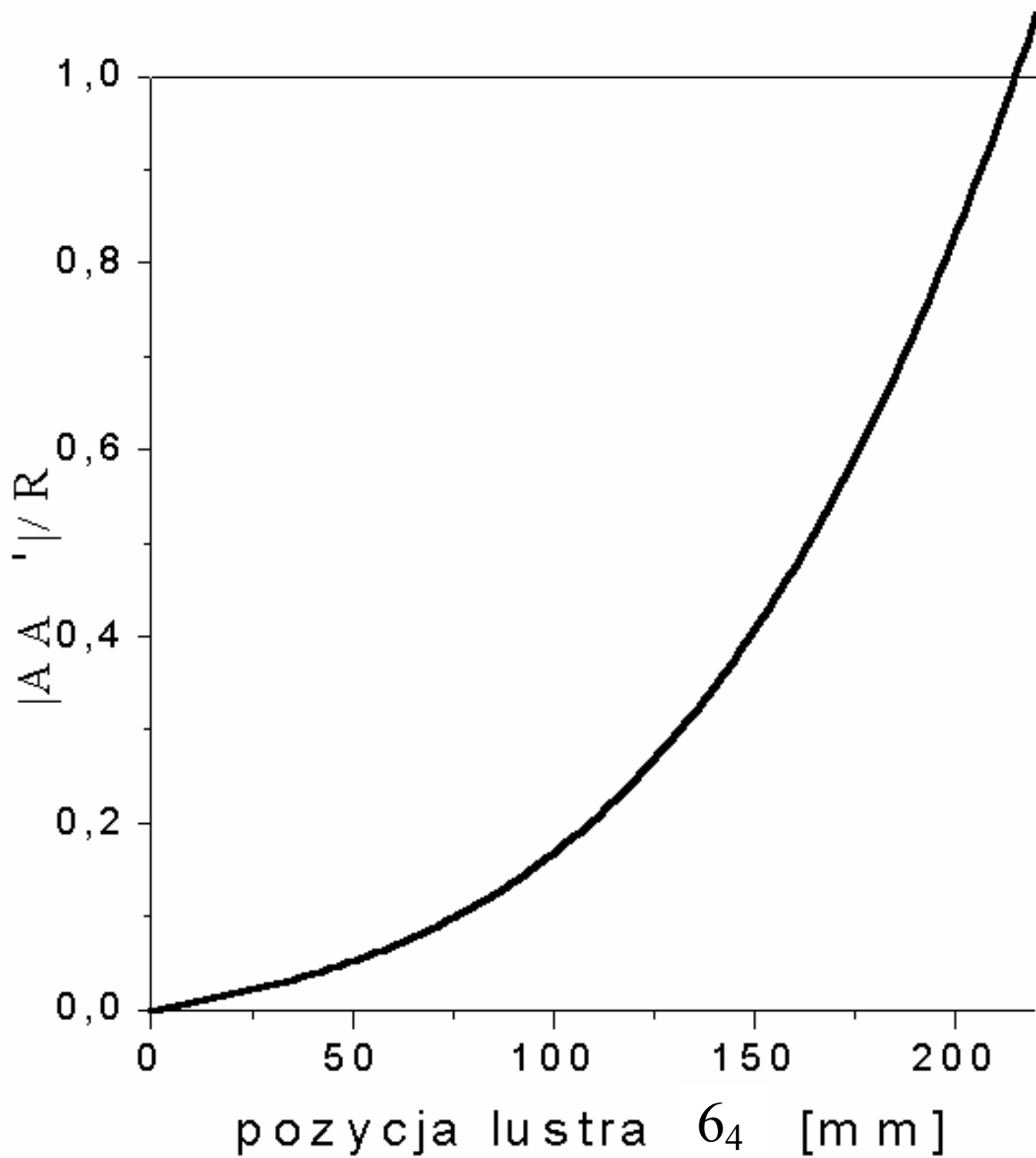
Długość odcinka |AA'| wynosi:

$$|AA'| = \frac{\Delta y}{\sin \beta} = \frac{\Delta y}{\sin(45^\circ + \alpha)} = \frac{\Delta y \tan(45^\circ + \alpha)}{\sqrt{1 + \tan^2(45^\circ + \alpha)}} = \frac{\Delta y(1 + \tan \alpha)}{\sqrt{2(1 + \tan^2 \alpha)}}, \quad (4.5.27)$$

Maksymalną wartość położenia zwierciadła 6₄ określa równanie :

$$|AA'|/R = \frac{\Delta y(1 + \tan \alpha)}{R\sqrt{2(1 + \tan^2 \alpha)}} = \frac{\Delta y \left(1 + \frac{A_x}{D}\right)}{R\sqrt{2 \left(1 + \left(\frac{A_x}{D}\right)^2\right)}} = 1, \quad (4.5.28)$$

Rysunek 4.14. przedstawia obraz zależności funkcyjnej (4.5.28).



Rys. 4.14. Maksymalne przesunięcie zwierciadła 6₄ na przewodnicy.

Dokładność kąta wyznaczonego pozycją zwierciadła.

Kąt padania próbującej wiązki laserowej na powierzchnię graniczną dany jest równaniem (4.5.5). Dokładność wyznaczonego kąta zależy od dokładności Δx odczytu położenia zwierciadła 6_4 na prowadnicy.

Metoda różniczki zupełnej.

$$\Delta\alpha = \frac{\partial\alpha}{\partial A_x} = \left| \frac{\partial}{\partial A_x} \left(\arctan \left(\frac{A_x}{D} \right) \right) \right| \Delta x, \quad (4.5.29)$$

Z równania (4.2.29) po obliczeniach dostaniemy:

$$\Delta\alpha = \left| \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{A_x}{D} \right)^2 \right) D} \right| \Delta x, \quad (4.5.30)$$

Dokładność kąta padania r wiązki laserowej wewnątrz pryzmatu na powierzchnię graniczną jest zależna od $\Delta\alpha$. Z równania (4.5.5) otrzymujemy:

$$\Delta k = \left| \frac{\partial k}{\partial \alpha} \right| \Delta\alpha = \left| \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\arcsin \left(\frac{1}{n} \sin 2\alpha \right) \right) \right| \Delta\alpha, \quad (4.5.31)$$

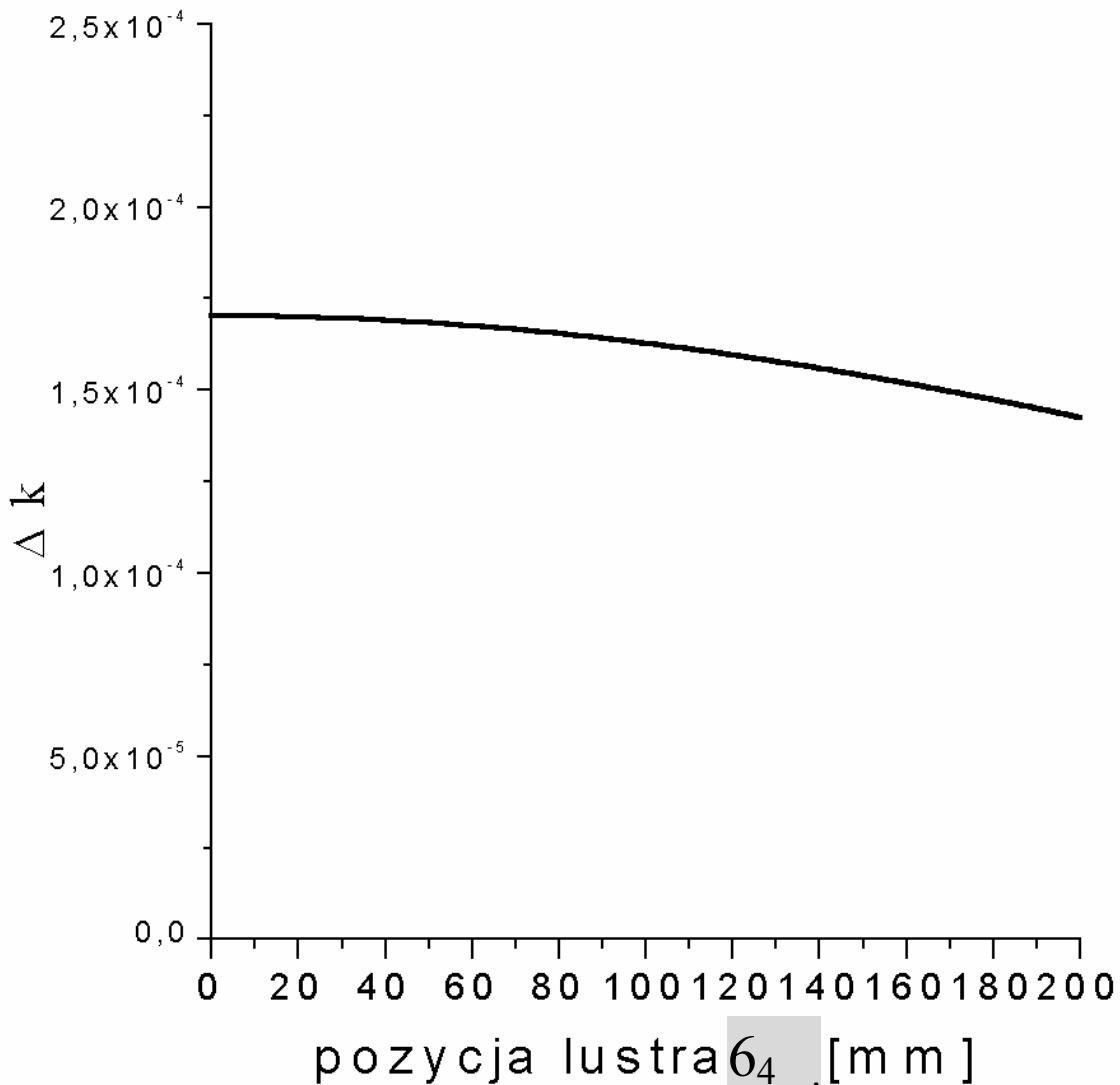
Wyliczając powyższe równanie dostaniemy:

$$\Delta k = \left| \frac{(2/n)(1 - \tan^2 \alpha)}{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)^2 + 4(1/n)^2 \tan^4 \alpha}} \right| |\Delta\alpha|, \quad (4.5.32)$$

Uwzględniając wyrażenie (4.5.30) ostatecznie dostaniemy równanie na Δk postaci:

$$\Delta k = \left| \frac{\left(\frac{2}{n}\right)\left(1 - \left(\frac{A_x}{D}\right)^2\right)}{D\left(1 + \left(\frac{A_x}{D}\right)^2\right)\sqrt{\left(1 + \left(\frac{A_x}{D}\right)^2\right)^2 - 4\left(\frac{A_x}{D}\right)^4\left(\frac{1}{n}\right)^2}} \right| \Delta x, \quad (4.5.33)$$

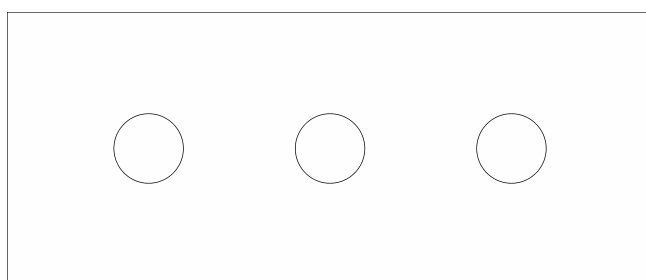
Rysunek (4.15) przedstawia funkcję błędu.



Rys. 4.15. Obraz funkcji błędu.

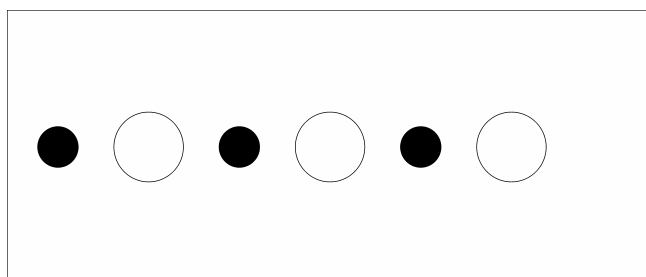
Wartości funkcji przesunięcia Δy (równanie 4.5.25) zwierciadła 6_3 pozwalają precyzyjnie sterować biegiem wiązki laserowej.

W trakcie realizacji doświadczenia do obserwacji biegu wiązki laserowej używałem kamery (typ: kamera przemysłowa Taniyama). Kamera była tak ustawiona aby oś optyczna obiektywu leżała w płaszczyźnie poziomej, równoległej do stołu optycznego i tworzyła kąt prosty ze ścianką czołową pryzmatu i przechodziła przez jej środek geometryczny. Takie ustawienie kamery zapewniało, że obraz pryzmatu obserwowany i punktu padania wiązki laserowej pompującej na tylną ściankę pryzmatu był symetryczny. Poglądowo prezentuje to rys. 4.16.



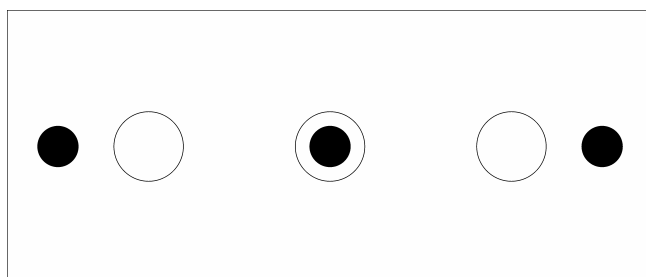
Rys. 4.16. Poglądowy obraz wiązki laserowej pompującej przechodzącej przez pryzmat uzyskany przez kamerę.

Gdy na pryzmat padała wiązka pompująca i próbująca i gdy ustawienie wiązki próbującej nie było dostrojone geometrycznie, tak by wiązka padała w punkt centralny tylnej ściany pryzmatu i pokrywała się w tym punkcie z wiązką pompującą obserwowany obraz wyglądał tak (rys. 4.17):



Rys. 4.17. Poglądowy obraz wiązek laserowych pompującej i próbującej przechodzących przez pryzmat uzyskany przez kamerę

Należało zatem tak przesunąć zwierciadłem 6_3 umieszczonym na ruchomym wózku mikrometrycznym, aby punkty środkowe obserwowanego obrazu pokryły się – takie ustawienie oczywiście zapewniało, że wiązka próbująca padała na tylną ścianę pryzmatu dokładnie w to samo miejsce co wiązka pompująca. Przy takim ustawieniu biegu wiązki próbującej obserwowany obraz wyglądał jak na rysunku 4.18 poniżej:



Rys. 4.18. Poglądowy obraz wiązek laserowych pompującej i próbującej przechodzących przez pryzmat i padających w punkt centralny C powierzchni granicznej uzyskany przez kamerę.

4.7 Konstrukcja piecyka

Piecyk w kształcie prostopadłościanu zbudowany był z blachy aluminiowej o grubości 5 [mm] w którym umieszczona była na metalowej stopce komórka z parami atomowymi rubidu. Szczegóły budowy piecyka pokazuje rysunek 4.20. Elementem grzewczym piecyka była spirala wykonana z drutu koaksjalnego o długości około 1 metra i oporze 5Ω . Drut ten składa się z trzech warstw: dwa elementy przewodzące, zwane płaszczem i rdzeniem są od siebie odizolowane warstwą zbudowaną z materiału, który jest izolatorem. Jeden z końców takiego przewodu zakończony jest spawem wysokotemperaturowym łączącym płaszcz z rdzeniem. Prąd elektryczny płynący przez tak skonstruowany kabel indukuje minimalne pole magnetyczne wokół kabla gdyż prąd elektryczny w obu warstwach płynie w przeciwnych stronach i indukowane pola magnetyczne kompensują się. Spirala zasilana była zasilaczem prądu stałego (typ 5352M firmy Unitra). Przy natężeniu prądu 3.3 A moc wydzielana

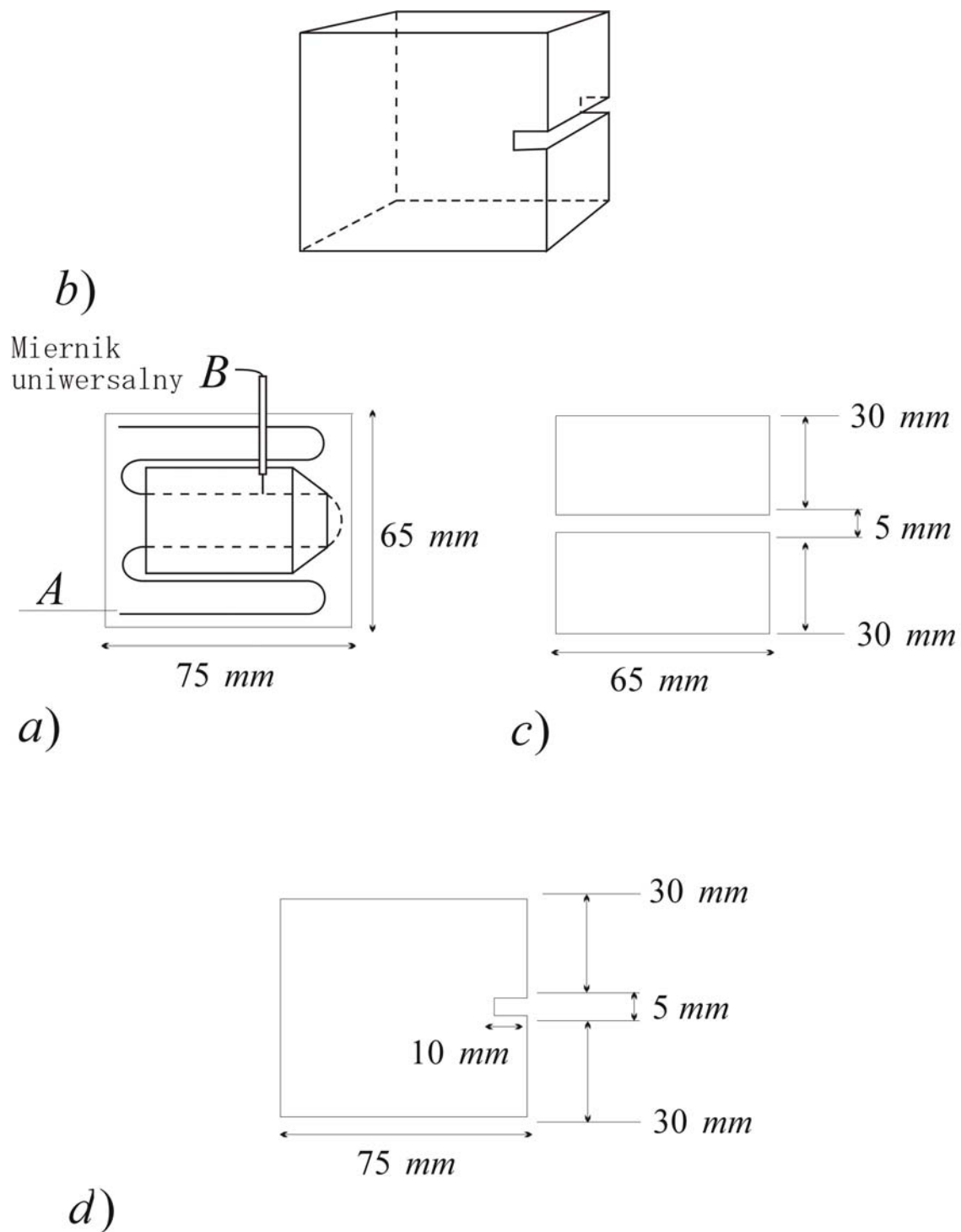
przez drut koaksjalny wynosiła 50 W. Temperatura wewnątrz piecyka zależała oczywiście bezpośrednio od mocy prądu jak również od izolacji termicznej piecyka (warstwa wełny mineralnej wyłożona na wewnętrznej powierzchni obudowy piecyka). Temperatura, która zapewniała odpowiednią prężność par atomowych rubidu znajdujących się w grzanej komórce wynosiła 160°C. Przy tej temperaturze prężność par atomowych rubidu wynosiła 10^{14} atomów/m³.

Wewnętrzną izolację termiczną piecyka należało tak wykonać aby uzyskać równomierny rozkład temperatury ścian grzanej komórki. Związane jest to z tym, że atomy rubidu osadzają się na wewnętrznej powierzchni komórki w miejscach najzimniejszych tworząc metaliczną warstwę, która stanowi nieprzeźroczyste odbijające lustro dla wiązki laserowej. Szczególnie jest to niepożądany efekt gdy dzieje się tak na wewnętrznej ścianie pryzmatu przez który wprowadzamy wiązkę laserową. Dużą powierzchnią szczeliny wejściowej piecyka powoduje, że powstaje ujemny gradient temperatury wewnątrz komórki w kierunku powierzchni wewnętrznej pryzmatu. W celu zrównoważenia tego gradientu połowa tylnej części piecyka nie była izolowana termicznie co powodowało szybsze oddawanie ciepła i równomierny rozkład temperatury ścian pryzmatu. Dodatkowym zabiegiem zapobiegającym osadzaniu się atomów rubidu na wewnętrznej ścianie pryzmatu było zasłanianie szczeliny i w ogóle całej powierzchni czołowej piecyka ekranem termicznym podczas ogrzewania komórki, który ściągany był gdy temperatura komórki uzyskiwała stabilną oczekiwaną wartość. Po ściągnięciu ekranu termicznego należało zwiększyć wartość prądu o około 10 % tak by otwarcie szczeliny nie spowodowało spadku temperatury roboczej piecyka a w efekcie komórki. Ekran termiczny wykonany był z grubej warstwy wełny mineralnej owiniętej cienką folią metalową. Tak dobrane warunki pracy piecyka wyeliminowały problem osadzania atomów rubidu na wewnętrznej ścianie pryzmatu. Tabela 4.19 na stronie 104 pokazuje przykładowe czasy nagrzewania się komórki przy określonej wartości prądu zasilającego.

Pomiar temperatury dokonywany był przy użyciu miernika uniwersalnego, którego sonda (drut z końcówką zakończoną termoparą) wprowadzona była do wnętrza piecyka szklaną cienką rurką i umieszczoną bardzo blisko powierzchni bocznej komórki i pryzmatu.

lp.	Natężenie prądu [A], Napięcie prądu [V]	Temperatura [°C]	Czas grzania [minuty]
1.	3 [A] 14 [V]	29	5
2.		44	10
3.		46	15
4.		66	33
5.		74	37
6.		80	40
7.		94	48
8.		96	50
9.		99	53
10.		100	57
11.		105	61
12.		109	66
13.		160	79
14.		167	89
15.		170	105
16.	3.3[A] 16 [V]	167	115
17.		171	130
18.		169	150
19.		171	180
20.		170	220
21.		172	250
22.		171	280
23.		169	320
24.		172	360

Rys. 4.19 Tabela czasu nagrzewania się komórki przy określonej wartości prądu zasilającego.



Rys. 4.20. Budowa piecyka: (b) widok ogólny. (a) rzut poziomy, (c) ściana czołowa, (d) ściana boczna

4.8 Detekcja fazoczuła [20]

Detekcja fazoczuła jest metodą, którą wykorzystuje się przy rejestracji słabych sygnałów przy dużych zakłóceniach. Układ detektora fazoczułego wykonuje matematyczną operację mnożenia sygnału przez sygnał odniesienia:

$$V_{\text{det}} = V_{\text{ref}} \sin(\omega_{\text{mod}} t + \theta_{\text{ref}}) \cdot V_{\text{sig}} \sin(\omega_{\text{mod}} t + \theta_{\text{sig}}) \quad (4.7.1)$$

Dodatkowo zamontowany jest filtr, który ma na celu wyeliminowanie składowej zmiennej sygnału. Po skorzystaniu z prostej relacji trygonometrycznej:

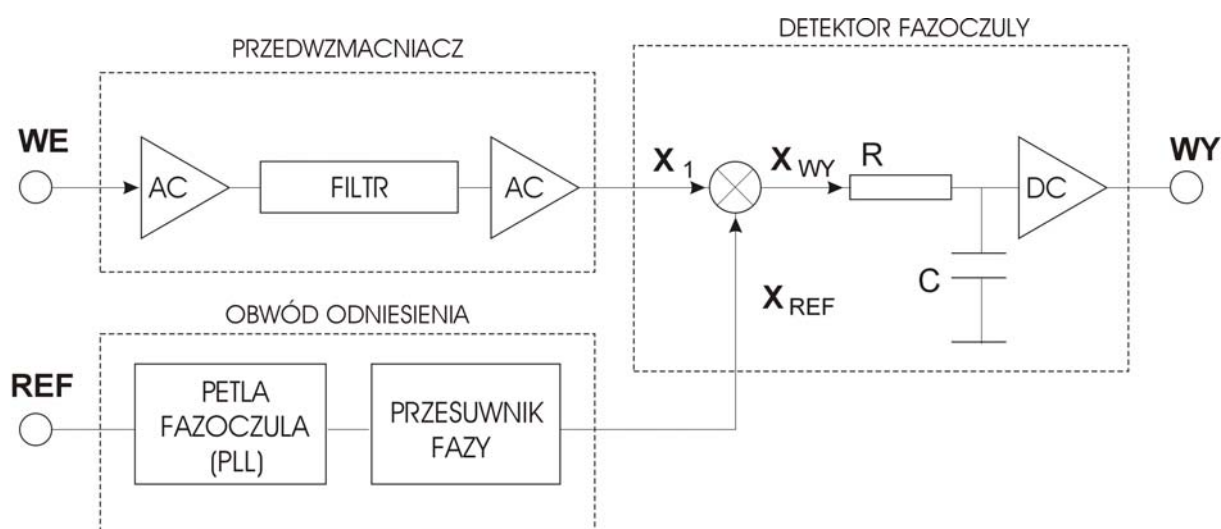
$$\sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta), \quad (4.7.2)$$

otrzymamy następujące wyrażenie na sygnał:

$$V_{\text{det}} = \frac{1}{2} V_{\text{ref}} \cdot V_{\text{sig}} \cdot \cos[\Theta_{\text{sig}} - \Theta_{\text{ref}}] - \frac{1}{2} V_{\text{ref}} \cdot V_{\text{sig}} \cdot \cos[2\omega_{\text{mod}} t + \Theta_{\text{sig}} + \Theta_{\text{ref}}] \quad (4.7.3)$$

Wyraz ten zawiera składową stałą. Po wyeliminowaniu za pomocą filtra składowych zmiennych otrzymamy jedynie pierwszy wyraz proporcjonalny do wielkości mierzonego sygnału. Szumy o częstościach różnych od częstości modulacji zostaną odcięte przez filtr, niezależnie od ich amplitud.

Podstawowe parametry układu detektora fazoczułego, które należy odpowiednio wyregulować to: czułość, stała czasowa i faza. W przeprowadzonym doświadczeniu użyto dwóch detektorów fazoczułych: detektor produkcji polskiej (232 Unipan) i detektor produkcji amerykańskiej (SR 830 Standford). Detektor fazoczuły SR 830 był wykorzystywany do rejestracji słabego sygnału fali zanikającej. Detektor produkcji polskiej wykorzystywany był do rejestracji sygnału odniesienia pochodzącego z układu do spektroskopii nasyceniowej. Sygnał wyjściowy z polskiego detektora był podany na wejście analogowe AUX 4 i obserwowany na ekranie monitora wraz z sygnałem fali zanikającej rejestrowanym przez detektor SR 830. Rysunek 4.21 przedstawia schemat ideowy wzmacniacza fazoczułego zaczerpniętego z instrukcji obsługi [20].



Rys. 4.21. Schemat ideowy detektora fazoczułego

4.9 Zjawisko rozdzielania się rezonansu krzyżowego na dwa rezonanse krzyżowe w bezdopplerowskim widmie absorpcyjnym atomów rubidu w fali zanikającej

W doświadczeniu rejestracja widm została wykonana przy użyciu techniki spektroskopii saturacyjnej, której szczegóły i schemat układu doświadczalnego omówione są w paragrafie 4.2 na stronie 80 niniejszego rozdziału. Wiązki pompująca i sondująca powstają w wyniku podziału tego samego promienia światła laserowego a zatem energie fotonów obu wiązek są takie same natomiast ich wektory falowe, które zależą od kąta padania na powierzchnię graniczna są różne i ich wartości wynoszą:

(i) dla wiązki pompującej:

$$k_{p,x} = k_L n \sin \theta_p = \frac{\varpi_L}{c} n \sin \theta_p \quad (4.9.1)$$

(ii) dla wiązki sondującej :

$$k_{s,x} = k_L n \sin \theta_s = \frac{\varpi_L}{c} n \sin \theta_s \quad (4.9.2)$$

Atomy rubidu w polu zanikających przeciwbieżnych wiązek laserowych są rezonansowo wzbudzone gdy spełnione są następujące warunki rezonansu:

$$\begin{aligned} \varpi_i &= \varpi_L - k_{p,x} v_x, \\ \varpi_j &= \varpi_L + k_{s,x} v_x, \end{aligned} \quad (4.9.3)$$

gdzie $k_{p,x}$ - wektor falowy pompującej fali zanikającej,
 $k_{s,x}$ - wektor falowy sondującej fali zanikającej,
 ϖ_i, ϖ_j - oznaczają wzbudzone stany atomu

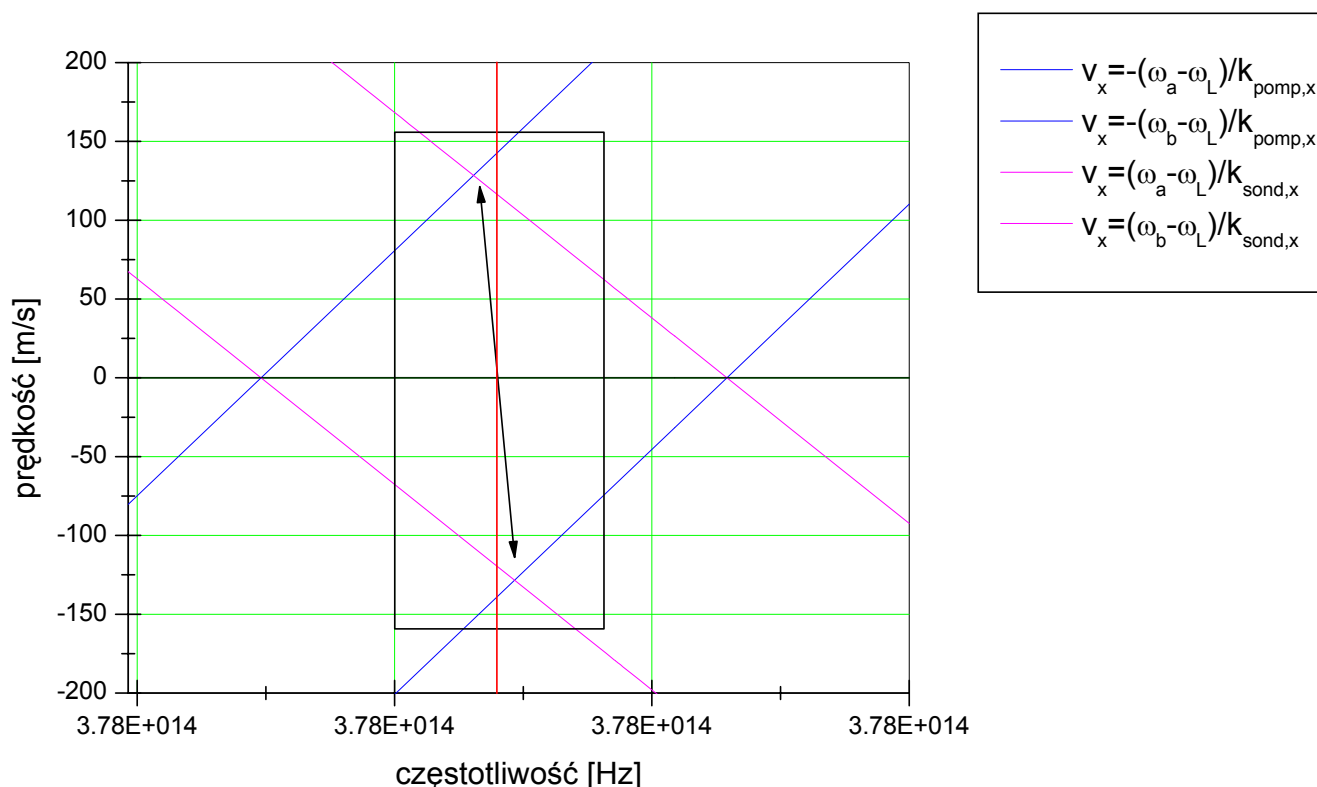
Układ równań jest spełniony gdy:

$$\begin{aligned} (a) \quad & \varpi_L = \varpi_i, \quad \varpi_L = \varpi_j \\ (b) \quad & \varpi_L = \varpi_{CR1} = \frac{\sin \theta_{p,x} \varpi_i + \sin \theta_{s,x} \varpi_j}{\sin \theta_{p,x} + \sin \theta_{s,x}}, \\ (c) \quad & \varpi_L = \varpi_{CR2} = \frac{\sin \theta_{s,x} \varpi_i + \sin \theta_{p,x} \varpi_j}{\sin \theta_{p,x} + \sin \theta_{s,x}}, \end{aligned} \quad (4.9.4)$$

Powyższym wartościom częstotliwości odpowiadają wartości prędkości w których wypalane są dipy Lamba w rozkładzie prędkości atomów :

$$\begin{aligned} (a) \quad & v_x = 0, \\ (b) \quad & v_x(\varpi_L) = \frac{c(\varpi_i - \varpi_j)}{n(\sin \theta_{p,x} + \sin \theta_{s,x})\varpi_L}, \\ & v_x(\varpi_{CR1}) = \frac{c(\varpi_i - \varpi_j)}{n(\sin \theta_{p,x} \varpi_i + \sin \theta_{s,x} \varpi_j)}, \\ & v_x(\varpi_{CR2}) = \frac{c(\varpi_i - \varpi_j)}{n(\sin \theta_{s,x} \varpi_i + \sin \theta_{p,x} \varpi_j)}. \end{aligned} \quad (4.9.5)$$

Rysunek poniżej ilustruje rozdzielanie się rezonansu krzyżowego na dwie składowe.



Rys. 4.22 Rozdzielanie się rezonansu krzyżowego na dwie składowe.

Z otrzymanych rozwiązań wynika, że wzajemna odległość rozdzielonych rezonansów krzyżowych zależy tylko od różnicy wartości pseudo-impulsów zanikających przeciwbieżnych pól laserowych i od wartości odległości wzbudzonych stanów atomów rubidu:

$$\delta(\varpi_{CR1}, \varpi_{CR2}) = |\varpi_{CR1} - \varpi_{CR2}| = |\varpi_i - \varpi_j| \frac{|\sin \theta_{p,x} - \sin \theta_{s,x}|}{\sin \theta_{p,x} + \sin \theta_{s,x}}, \quad (4.9.6)$$

przesunięcia względem wartości rezonansu krzyżowego w centrum linii wynoszą:

$$\delta(\varpi_{CR}, \varpi_{CR1}) = \delta(\varpi_{CR}, \varpi_{CR2}) = |\varpi_{CR} - \varpi_{CR1}| = \frac{|\varpi_i - \varpi_j|}{2} \frac{|\sin \theta_{p,x} - \sin \theta_{s,x}|}{\sin \theta_{p,x} + \sin \theta_{s,x}} \quad (4.9.7)$$

Rysunek 4.1 na stronie 79 niniejszego rozdziału ilustruje przebiegi zmienności obu funkcji wyznaczających wartości odległości rozdzielonych rezonansów dla izotopu ^{85}Rb i ^{87}Rb .

Rozdział 5



**Dyskusja przeprowadzonych
pomiarów i prezentacja
zarejestrowanych widm
absorpcyjnych**

Obserwacja rozdzielania nakładających się sygnałów rezonansów krzyżowych w zarejestrowanym bezdopplerowskim widmie absorpcyjnym atomów rubidu jest możliwa o ile efektywne szerokości połówkowe nakładających się sygnałów w stosunku do ich wzajemnej odległości będą możliwie jak najmniejsze. W rozdziale 3 par. 3.1.7 pokazano, że w przypadku idealnym tzn. gdy dwa nakładające się sygnały rezonansów krzyżowych mają profil czysto lorentzowski to rozróżnienie sygnałów w bezdopplerowskim widmie absorpcyjnym jest możliwe o ile spełniona jest nierówność:

$$d(L_1, L_2) \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma \cong \sim 0.57\gamma \quad (5.1)$$

Z zarejestrowanych bezdopplerowskich widm absorpcyjnych pokazanych na rysunkach 5.1 do 5.10 w niniejszym rozdziale można zauważyć, że efektywna szerokości połówkowe widm rezonansowych gałęzi głównych widma absorpcyjnego (przejścia $F=3 \rightarrow F'=2,3$) są rzędu 50 [MHz]. Na wartość efektywnej szerokości połówkowej (rozdział 3 paragraf 3.1.6) bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w polu przeciwbieżnych zanikających pól laserowych składają się głównie następujące wielkości:

1. szerokość naturalna przejścia atomowego
2. szerokość połówkowa linii laserowej (< 4 MHz)
3. szerokość poszerzenia związana z efektem tranzytu atomu przez obszar oddziaływania z polem zanikającej wiązki laserowej
4. Poszerzenie mocy

W temperaturze T średnia prędkość termiczna atomów wynosi :

$$u_{Th} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} = \left\{ \begin{array}{l} m = \frac{1}{10^3} \frac{M}{N_A} \text{ [kg]} \\ k_B = \frac{R}{N_A} \end{array} \right\} \cong 31.6227 \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad (5.2)$$

$$N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ [mol}^{-1}\text{]}, \quad k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ [J / K]},$$

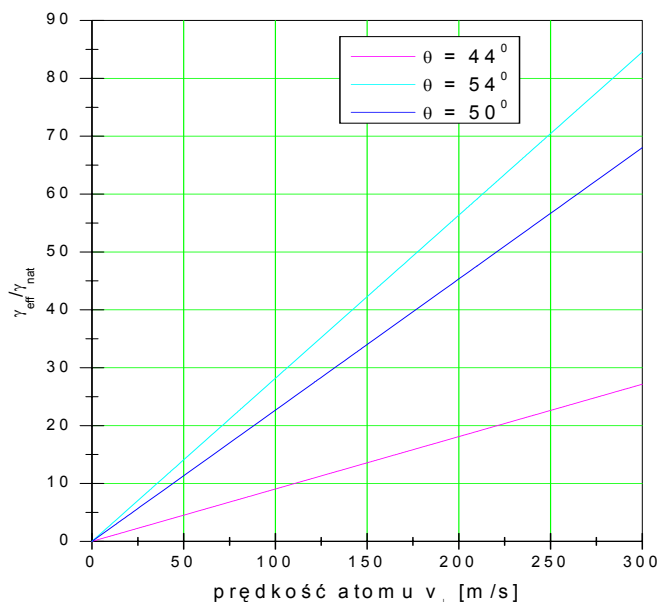
$$M = 85 \text{ [j.m.at.]}, \quad R = 8.314 \text{ [J / (mol * K)]},$$

$$u_{Th} \cong 14 * \sqrt{T} = \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 453 \text{ [K]} \\ T_2 = 409 \text{ [K]} \\ T_3 = 390 \text{ [K]} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 298 \text{ [m / s]} \\ 283 \text{ [m / s]} \\ 276 \text{ [m / s]} \end{array} \right\}.$$

Jak widać zatem obniżanie temperatury w zakresie kilkudziesięciu stopni nie zmniejsza w istotny sposób szerokości dopplerowskiej termicznego rozkładu prędkości atomów rubidu i w konsekwencji nie zmniejsza się znacząco rozkład

poszerzenie związane z efektem tranzytu atomów przez obszar propagacji zanikającego pola laserowego.

Teoretyczny stosunek efektywnej szerokości połówkowej z uwzględnieniem efektu tranzytu do szerokości naturalnej linii dla wiązki pompującej i próbującej pokazuje poniższy rysunek:



Rys. 5.1 Teoretyczny stosunek szerokości efektywnej γ_{eff} do szerokości naturalnej linii γ_{Nat} w funkcji prędkości atomów rubidu prostopadłej do powierzchni dielektryka w widmie absorpcyjnym atomów rubidu.

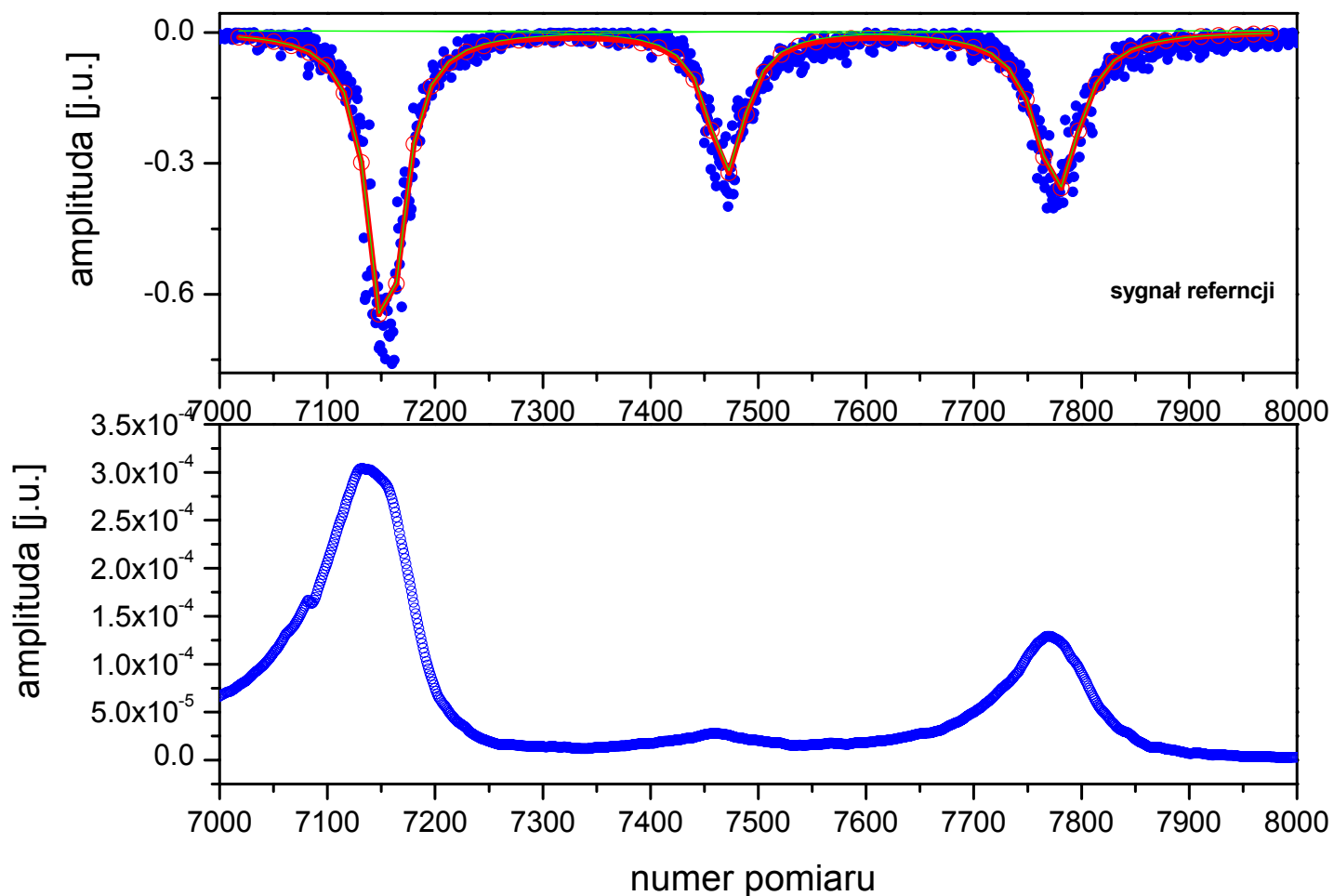
Zarejestrowane sygnały sondującej fali zanikającej odtwarzającej widmo absorpcyjne atomów rubidu posiadały szerokości połówkowe rzędu od 40 [MHz] do 70 [MHz] - były co najmniej 6 razy szersze od szerokości naturalnej równej 5.7 [MHz]. Jeśli założymy, że właśnie takie sygnały nakładają się wzajemnie w okolicach częstości rezonansów krzyżowych to prowadzi to do wniosku [na podstawie orientacyjnego kryterium zdolności rozdzielczej określonym nierównością 5.1 i teoretycznej odległości rezonansów krzyżowych opisaną równaniem 4.1.6 strona 67], że zauważalne rozdzielanie się nakładających się widm rezonansów krzyżowych w bezdopplerowskim widmie absorpcyjnym może być dopiero obserwowane dla kątów padania wiązki sondującej powyżej 50° . Dla takich dużych kątów padania natężenie mocy rejestrowanych sygnałów fali zanikającej związanej z sondującą wiązką laserową było bardzo małe – maksymalny kąt padania jaki można było uzyskać w ramach zastosowanego prowadzenia katowego wynosił 56° .

W przeprowadzonym eksperymencie zostały zarejestrowane profile absorpcyjne atomu rubidu w fali zanikającej dla przejść $F=2,3 \rightarrow F'=2,3$.

Próbę ilościowej analizy poszczególnych linii widmowych dla przejść rezonansowych z $F=3 \rightarrow F'=2,3$ przedstawiono poniżej – tylko dla tej grupy przejść nadsubtelnych zarejestrowane profile absorpcyjne wykazują pewne ‘słabe’ cechy wyodrębniania nakładających się widm rezonansów krzyżowych dla kątów padania sondującej wiązki laserowej większych od 50° .

Prezentacja zarejestrowanych profil widm absorpcyjnych.

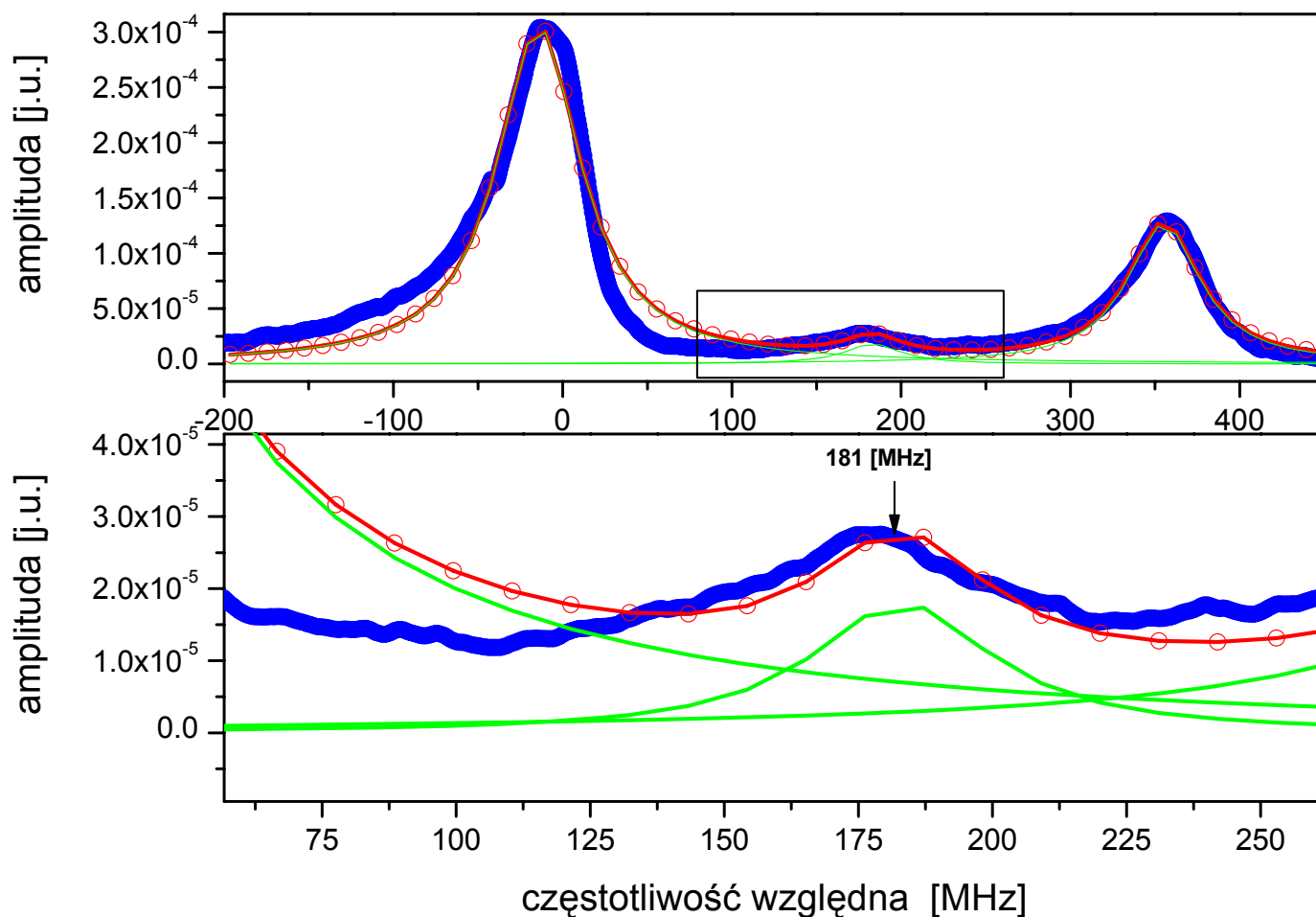
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	44°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.6 [μm]



Wartości parametrów fitu		y0	0.00391 ±0.00171
Data: AA1_AD		xc1	7154.48622 ±0.22192
Model: Lorentz		w1	38.3761 ±0.68937
Equation: $y = y_0 + (2*A/PI)*(w/(4*(x-xc)^2 + w^2))$		A1	-43.6431±0.61251
Weighting:		xc2	7470.6432 ±0.52374
y No weighting		w2	42.58065 ±1.63989
Chi^2/DoF = 0.00106		A2	-21.61437 ±0.65348
R^2 = 0.94203		xc3	7777.92085 ±0.50477
		w3	50.18131 ±1.60591
		A3	-28.69188 ±0.73322
		Δx = 1 = 0,5806 ± 0,00132 [MHz]	

Rys.5.2 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne w fali zanikającej. Profil widmowy nr 1.

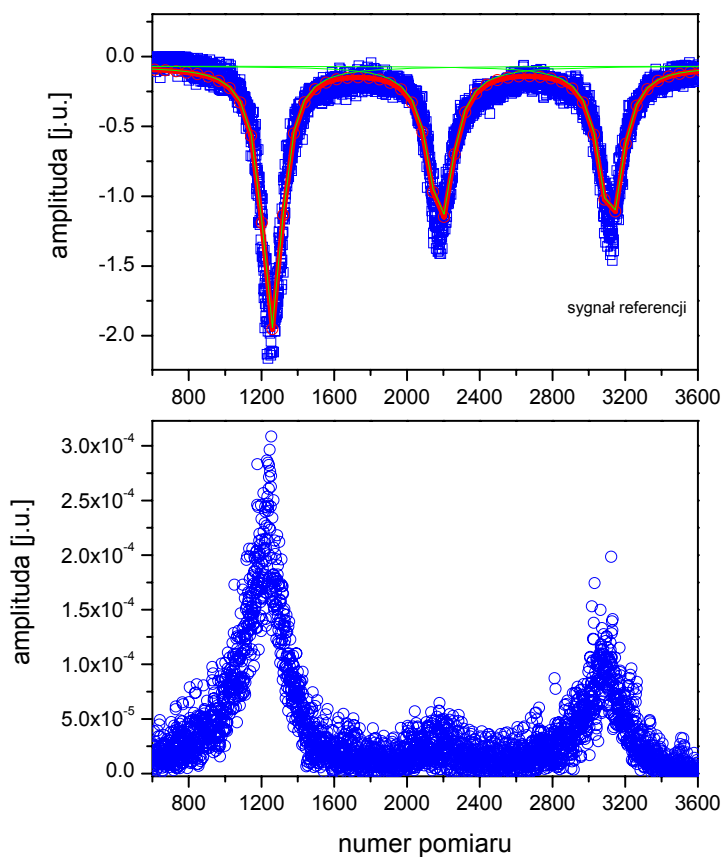
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	44°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.6 [μm]



	y0	0	±0
	xc1	-14.04307	±0.23755
	w1	60.39224	±0.68748
	A1	0.0289	±0.00023
	xc2	183.12767	±3.29094
	w2	40.61803	±9.64449
	A2	0.00115	±0.0002
	xc3	355.16766	±0.53481
	w3	52.70281	±1.57241
	A3	0.01047	±0.00022
	$\Delta x = 1 = 0,5806 \pm 0,00132$ [MHz]		
Wartości parametrów fitu			
Data: AA1_AK			
Model: Lorentz			
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - x_c)^2 + w^2))$			
Weighting:			
y No weighting			
Chi ² /DoF = 2.3399E-10			
R ² = 0.95117			

Rys. 5.3 Analiza składowych bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w polu fali zanikającej – widmo nr 1.

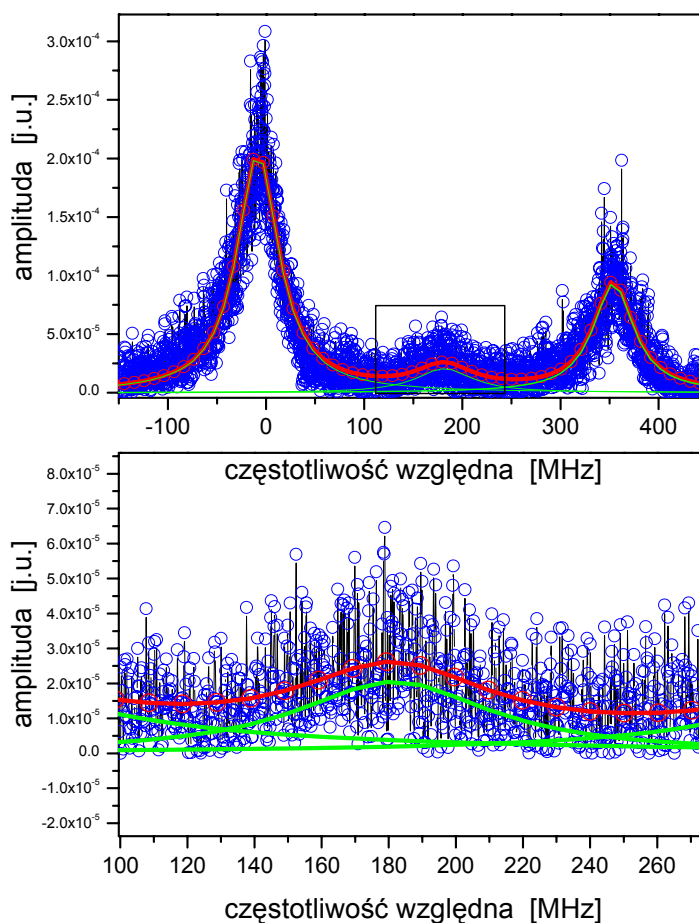
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	47°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.35 [μm]



	y0	-0.06913±0.00209
	xc1	1258.84286 ±0.37382
	w1	137.89076 ±1.16156
	A1	-405.6552 ±2.6673
	xc2	2186.3632 ±0.70265
	w2	168.74069 ±2.19954
	A2	-292.19191 ±3.0041
	xc3	3121.50043 ±0.67724
	w3	161.66053 ±2.12919
	A3	-284.25729 ±2.95819
	$\Delta x = 1$	$0,1943 \pm 1,0958e-4$ [MHz]
Wartości parametrów fitu		
Data: AA1_AK		
Model: Lorentz		
Equation: $y = y_0 + (2*A/PI)*(w/(4*(x-xc)^2 + w^2))$		
Weighting:		
y No weighting		
Chi^2/DoF = 0.00558		
R^2 = 0.96029		

Rys.5.4 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej. Profil widmowy nr 2.

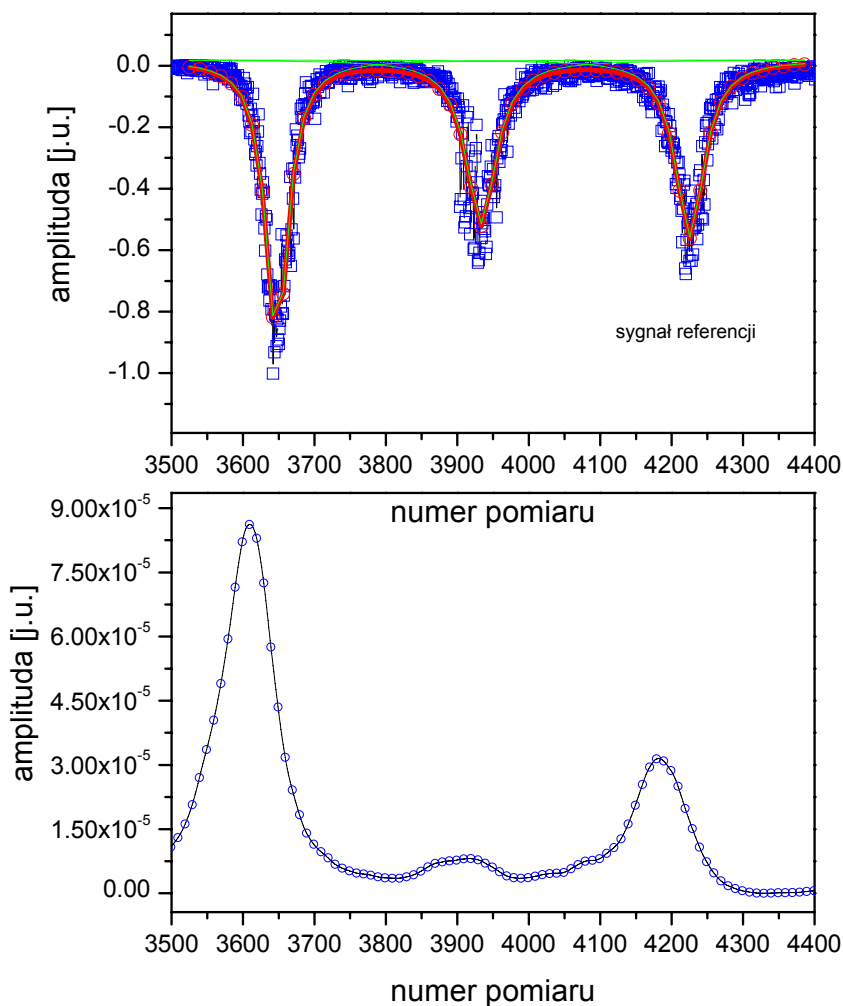
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	47°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.35 [μm]



Wartości parametrów fitu	y0	0	±0
Data: AA1_AK	xc1	-8.29561±0.22068	
Model: Lorentz	w1	51.87826	±0.64908
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - xc)^2 + w^2))$	A1	0.01665	±0.00015
Weighting:	xc2	181.50221	±2.5718
y No weighting	w2	70.30888	±7.90616
	A2	0.00227	±0.00019
	xc3	353.95756	±0.47737
	w3	50.40135	±1.43399
	A3	0.00739	±0.00015
Chi ² /DoF = 3.1505E-10	Δx = 1 = 0,1943 ± 1,0958e-4 [MHz]		
R ² = 0.85884			

Rys. 5.5 Analiza składowych bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w polu fali zanikającej – widmo nr 2.

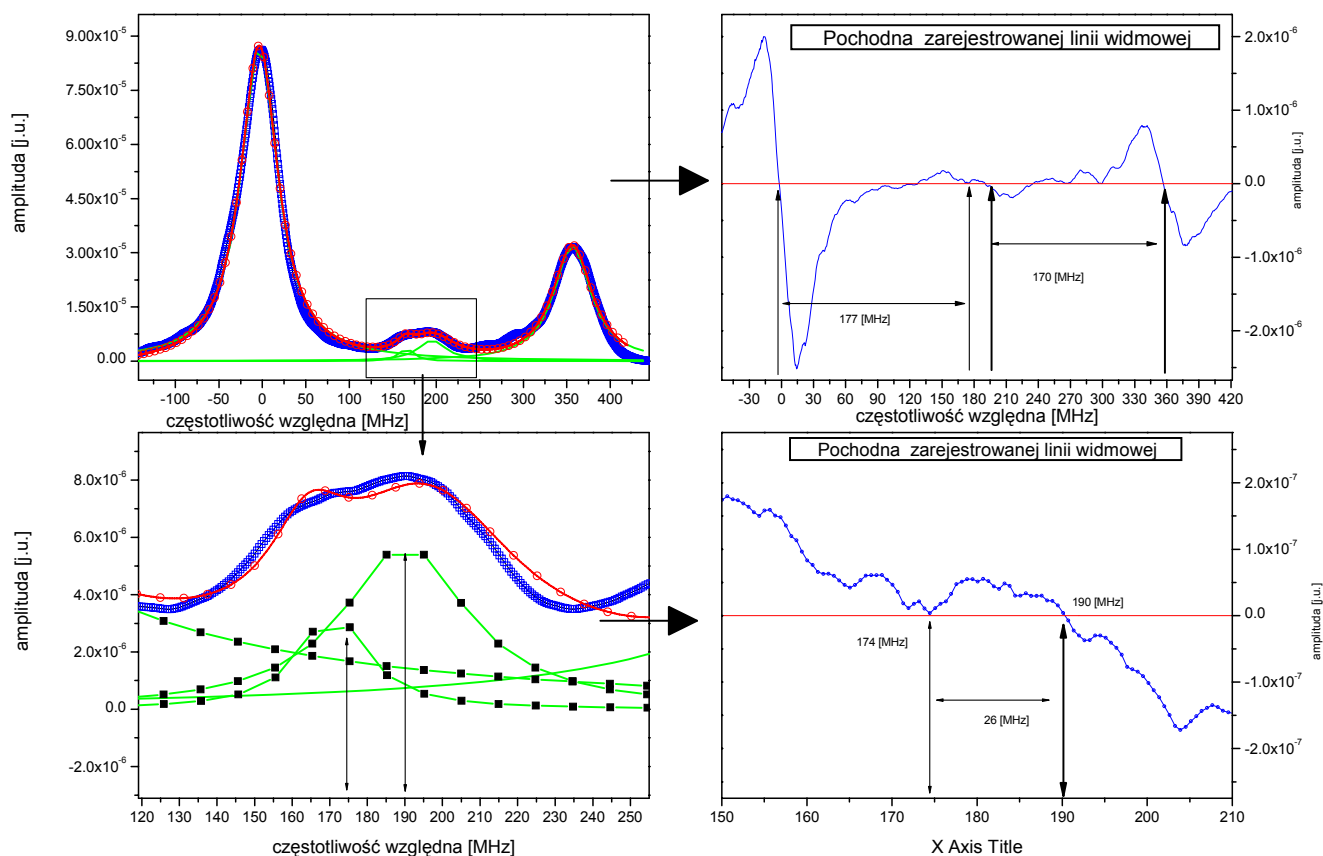
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	50°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.24 [μm]



	y0	0.01912	±0.00309
	xc1	3647.65469	±0.26139
	w1	38.01473	±0.83163
	A1	-54.49672	±0.95621
	xc2	3933.30185	±0.51939
	w2	51.1679	±1.70634
	A2	-42.8327±1.17611	
	xc3	4225.49539	±0.46568
	w3	48.04858	±1.51715
	A3	-43.47019	±1.12587
	Δx =1	0,626 ± 0,00108	[MHz]
Wartości parametrów fitu			
Data: AA1_AD			
Model: Lorentz			
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - xc)^2 + w^2))$			
Weighting:			
y No weighting			
Chi ² /DoF = 0.00235			
R ² = 0.93686			

Rys.5.6 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej. Profil widmowy nr 3

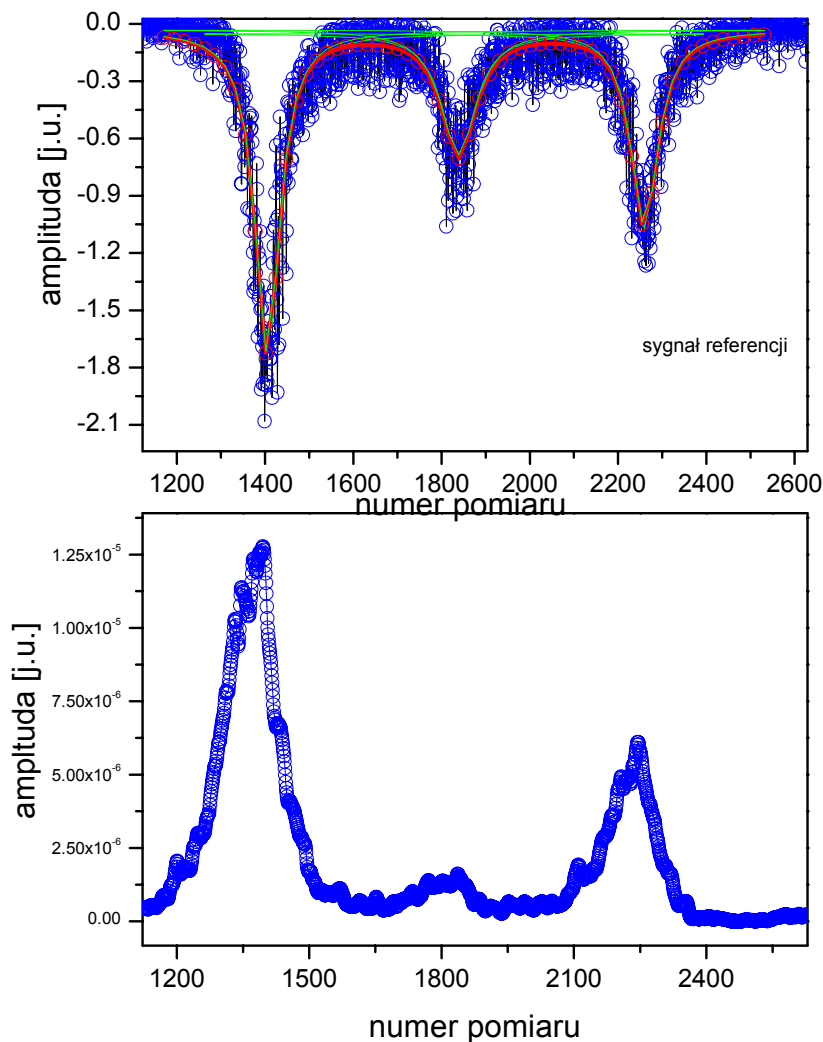
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	50°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.25 [μm]



Wartości parametrów fitu	y0	0	±0
Data: AA1_AD	xc1	-3.54509±0.08944	
Model: Lorentz	w1	51.20523	±0.2583
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - x_c)^2 + w^2))$	A1	0.00706	±0.00003
Weighting:	xc2	175.81216	±1.93275
y No weighting	w2	31.23268	±7.13505
Chi ² /DoF = 3.0159E-12	A2	0.00011	±0.00005
R ² = 0.99207	xc3	190.10505	±2.277
Jednostka szerokości połówkowych i położen nakładających się składowych widma:	w3	40.45753	±5.71036
Δx = 1 = 0,626 ± 0,00108 [MHz]	A3	0.00036	±0.00006
	xc4	356.41227	±0.24453
	w4	51.13277	±0.73221
	A4	0.00259	±0.00003

Rys. 5.7 Analiza składowych bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w polu fali zanikającej – widmo nr 3.

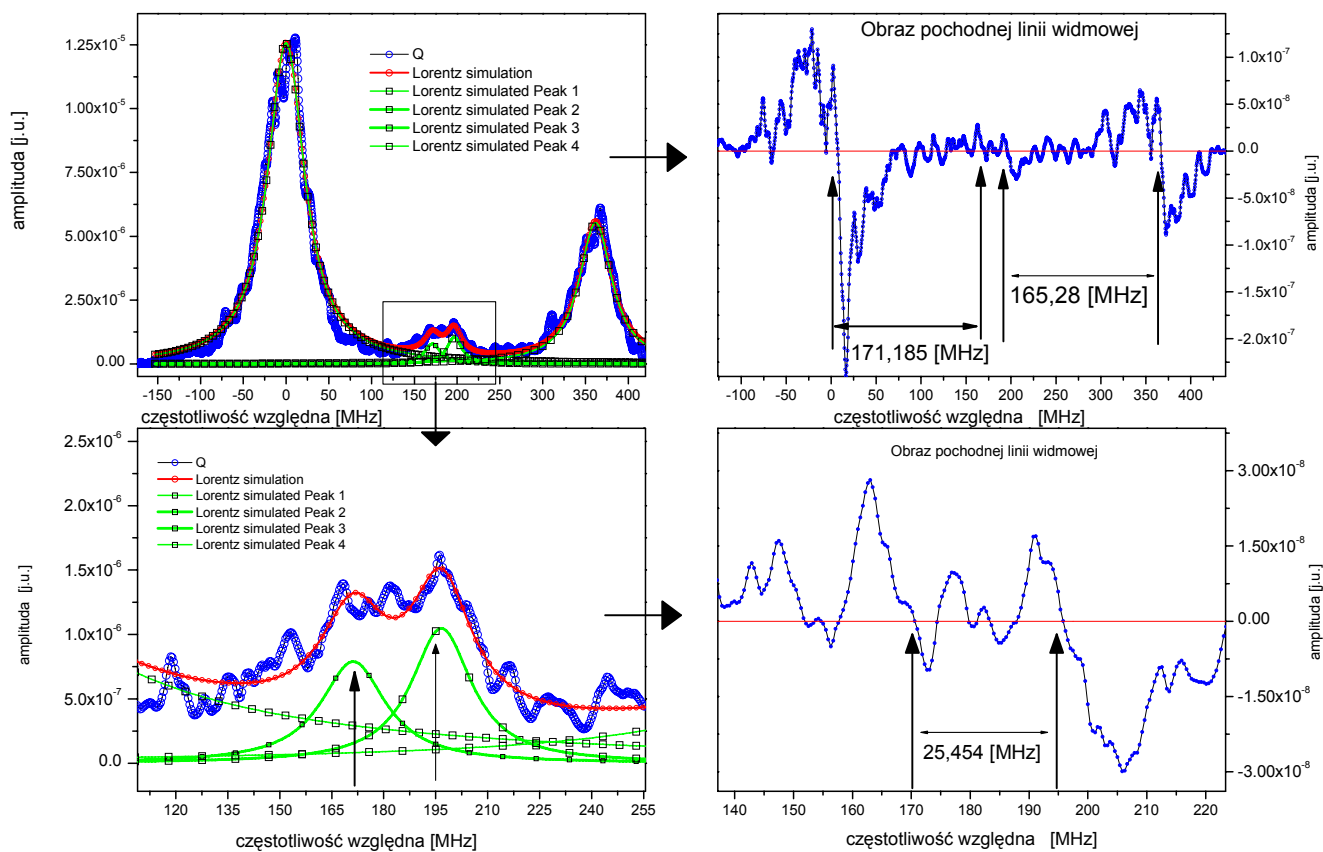
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	53°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.21 [μm]



Wartości parametrów fitu		y0	-0.03202±0.00735
Data: AA1_AD		xc1	1405.30463 ±0.52246
Model: Lorentz		w1	67.747 ±1.69385
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - xc)^2 + w^2))$		A1	-181.21618 ±3.70442
Weighting:		xc2	1838.83065 ±1.63112
y No weighting		w2	96.99373 ±5.46709
Chi ² /DoF = 0.002835		A2	-99.47055 ±4.74322
R ² = 0.85981		xc3	2259.88588 ±0.91262
		w3	75.0399 ±2.98673
		A3	-120.95685 ±3.97292
		Δx = 1 = 0,4236 ± 4,9568e-4 [MHz]	

Rys.5.8 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej. Profil widmowy nr 4

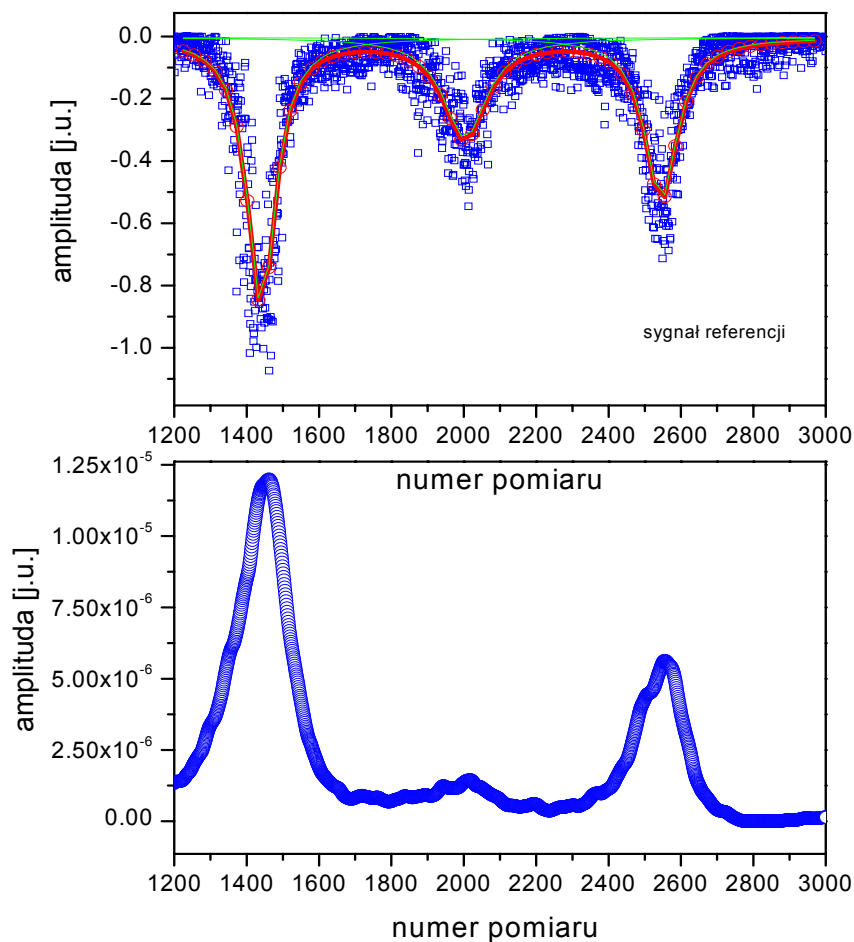
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	53°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.21 [μm]



Wartości parametrów fitu	
Data: AA1_AD	y0 0 ±0
Model: Lorentz	xc1 -0.00028±0.1298
Equation: $y = y_0 + (2*A/PI)*(w/(4*(x-xc)^2 + w^2))$	w1 52.88242 ±0.37354
Weighting:	A1 0.00104 ±5.226E-6
y No weighting	xc2 171.18551 ±1.83501
	w2 22.90471 ±5.70255
	A2 0.00003 ±7.2687E-6
	xc3 196.64002 ±1.29605
	w3 21.28174 ±4.13675
	A3 0.00004 ±7.0579E-6
	xc4 361.92432 ±0.27821
Chi^2/DoF = 1.88E-13	w4 46.86052 ±0.8226
R^2 = 0.97794	A4 0.00041 ±5.0553E-6

Rys. 5.9 Analiza składowych bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w polu fali zanikającej – widmo nr 4.

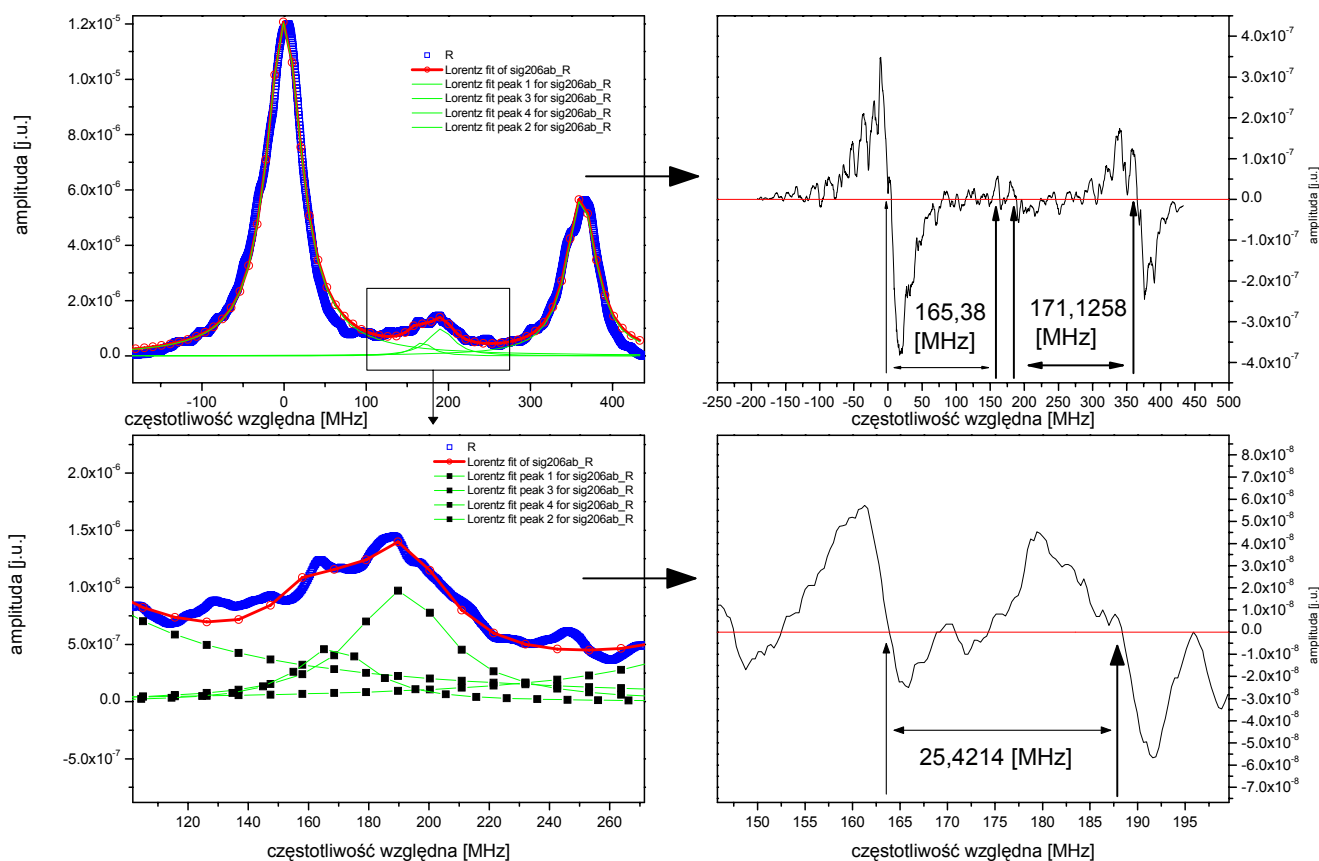
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	53°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.21 [μm]



	y0	-0.00362±0.0041
	xc1	1441.10268 ±0.69998
	w1	94.44624 ±2.28752
	A1	-128.71433 ±2.59567
	xc2	2003.24694 ±2.3423
	w2	145.81213 ±8.07029
	A2	-73.83835 ±3.57384
	xc3	2545.04762 ±1.25425
	w3	109.35669 ±4.23232
	A3	-89.53051 ±2.93837
Wartości parametrów fitu		
Data: AA1_AD		
Model: Lorentz		
Equation: $y = y_0 + (2*A/PI)*(w/(4*(x-xc)^2 + w^2))$		
Weighting:		
y No weighting		
Chi ² /DoF = 0.00613		
R ² = 0.83199		
	Δx = 1 = 0,3279 ± 5,9407e-4 [MHz]	

Rys.5.10 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej. Profil widmowy nr 5

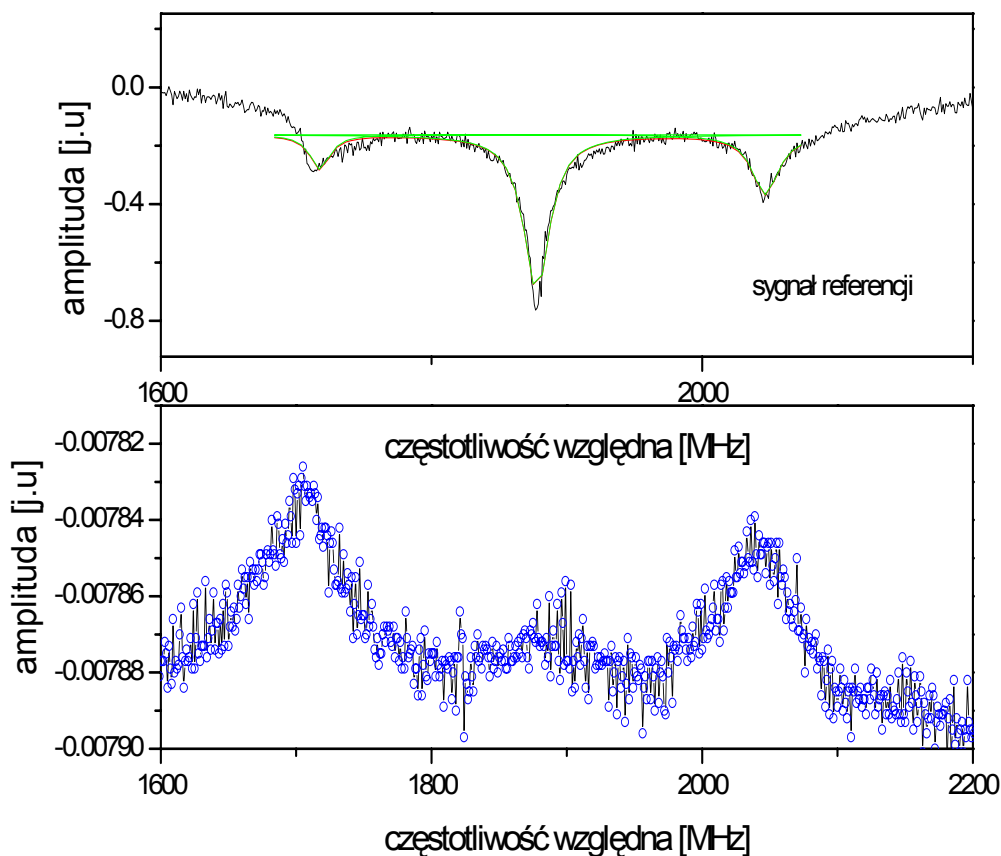
Temperatura próbki	400 [K]
Kąt padania wiązki sondującej	53°
Głębokość penetracji ośrodka par atomowych Rb	0.21 [μm]



Wartości parametrów fitu		
Data: AA1_AD	y0	0 ±0
Model: Lorentz	xc1	0.01717 ±0.08749
Equation: $y = y_0 + (2*A/PI)*(w/(4*(x-xc)^2 + w^2))$	w1	52.32186 ±0.25363
Weighting:	A1	0.00099 ±3.4191E-6
y No weighting	xc2	165.40259 ±2.91667
Chi^2/DoF = 1.0082E-13	w2	30.45414 ±8.61278
R^2 = 0.98613	A2	0.00002 ±9.0499E-6
	xc3	190.82396 ±1.86908
	w3	37.48781 ±4.61466
	A3	0.00006 ±9.6766E-6
	xc4	361.94976 ±0.17191
	w4	44.63246 ±0.50713
	A4	0.0004 ±3.21

Rys. 5.11 Analiza składowych bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w polu fali zanikającej – widmo nr 5.

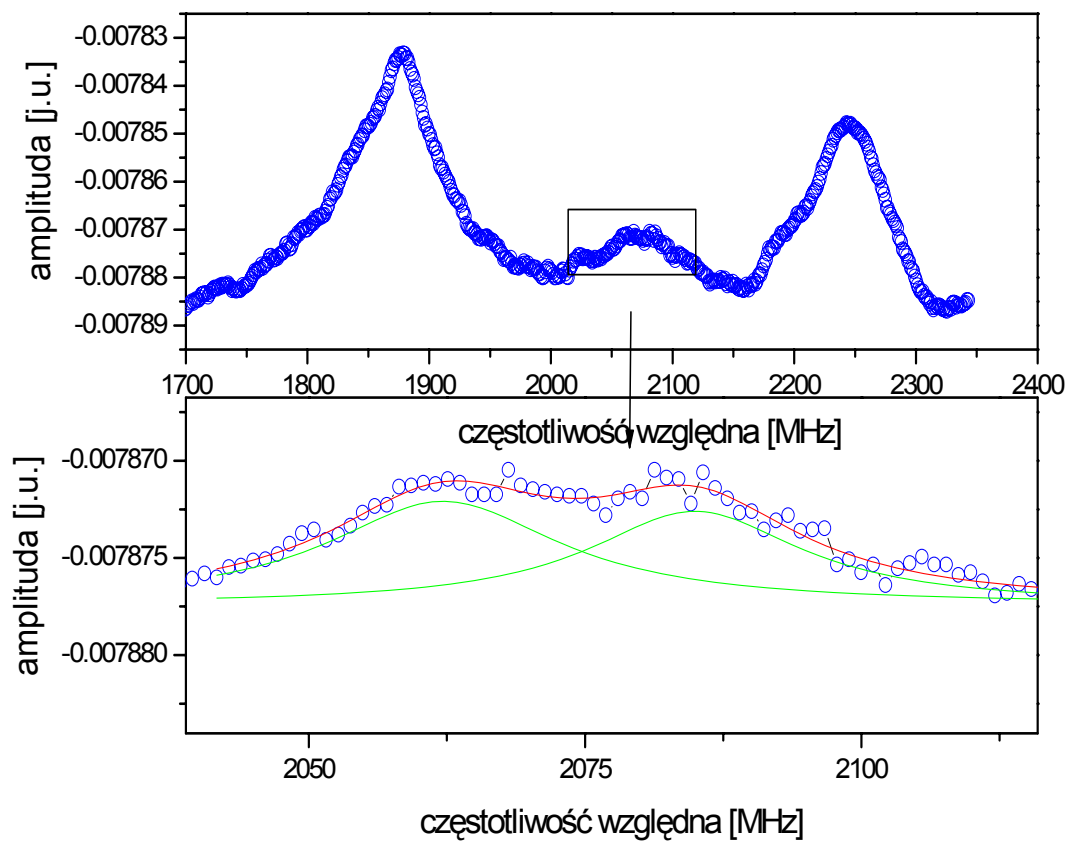
Temperatura 430 [K]
 Kąt padania wiązki próbkującej na powierzchnię graniczną: 50°



Wartości parametrów fitu		y0	-0.16228±0.00239
Model: Lorentz		xc1	1717.60367 ±0.74301
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - xc)^2 + w^2))$		w1	17.60631 ±2.34384
Weighting:		A1	-3.29859±0.3493
y No weighting		xc2	1877.77747 ±0.19022
Chi ² /DoF = 0.0007		w2	23.36271 ±0.6294
R ² = 0.94143		A2	-19.6845±0.43556
		xc3	2046.68348 ±0.50473
		w3	23.76682 ±1.6482
		A3	-7.65923±0.42917

Rys.5.12 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej. Profil widmowy nr 6

Temperatura 430 [K]
 Kąt padania wiązki próbkującej na powierzchnię graniczną: 50°

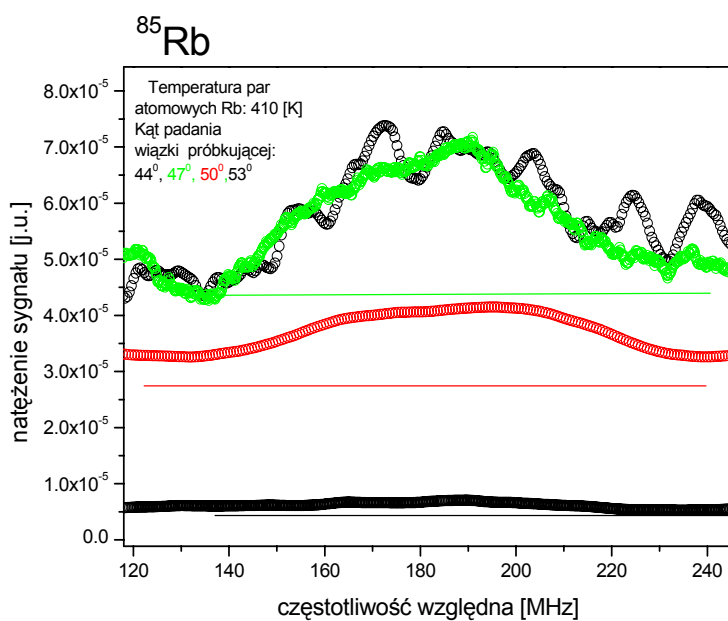
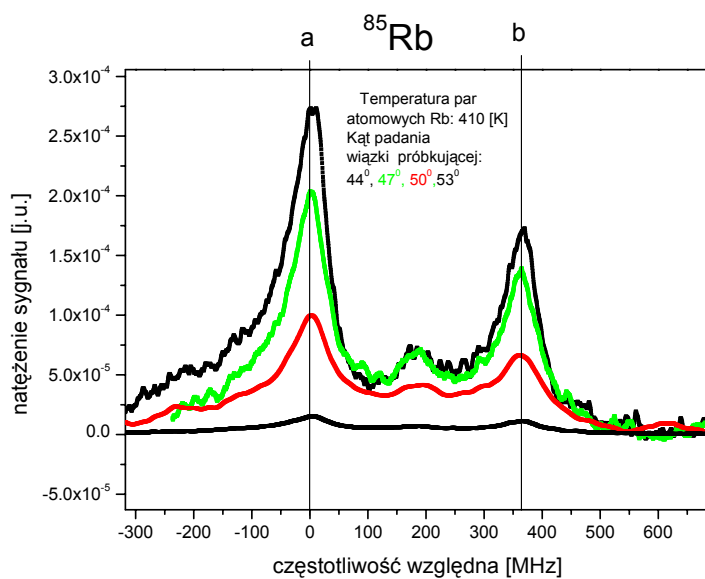


Wartości parametrów fitu	
Model: Lorentz	y0 -0.00788±2.7567E-7
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - x_c)^2 + w^2))$	xc1 2062.1802 ±0.77576
Weighting:	w1 25.79002 ±2.49247
y No weighting	A1 0.00022 ±0.00003
	xc2 2084.93462 ±0.72954
	w2 23.53895 ±2.90317
	A2 0.00018 ±0.00003
Chi ² /DoF = 2.358E-13	
R ² = 0.94314	

Rzs.5.13 Analiza składowych bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w polu fali zanikającej – widmo nr 6.

Wzajemne odległości poszczególnych przejść rezonansowych w nadsubtelnej strukturze poziomów energetycznych linii D1 atomu Rb 85 w zarejestrowanych bezdopplerowskich widmach absorpcyjnych w polu laserowej fali zanikającej							
Kąt padania laserowej wiązki sondującej	Odległość rezonansów głównych a-b [F=3→F'=2,3]	Odległość rezonansów krzyżowych uzyskana w fitowaniu CO(a)-CO(b)	Przewidywanie teoretyczne	Odległość rezonansu krzyżowego od rezonansu głównego a-CO(a)	Przewidywanie teoretyczne	Odległość rezonansu krzyżowego od rezonansu głównego b-CO(b)	Przewidywanie teoretyczne
44 ⁰	364	0	0	182	181	181	181
48 ⁰	362.3	0	12	189.8	175	172.5	175
50 ⁰	360	14.29	17	179.34	172.26	166.3	172.26
53 ⁰	362	25.46	27	171.18	167	165.3	167
53 ⁰	362	25.42	27	165.4	167	171.13	167

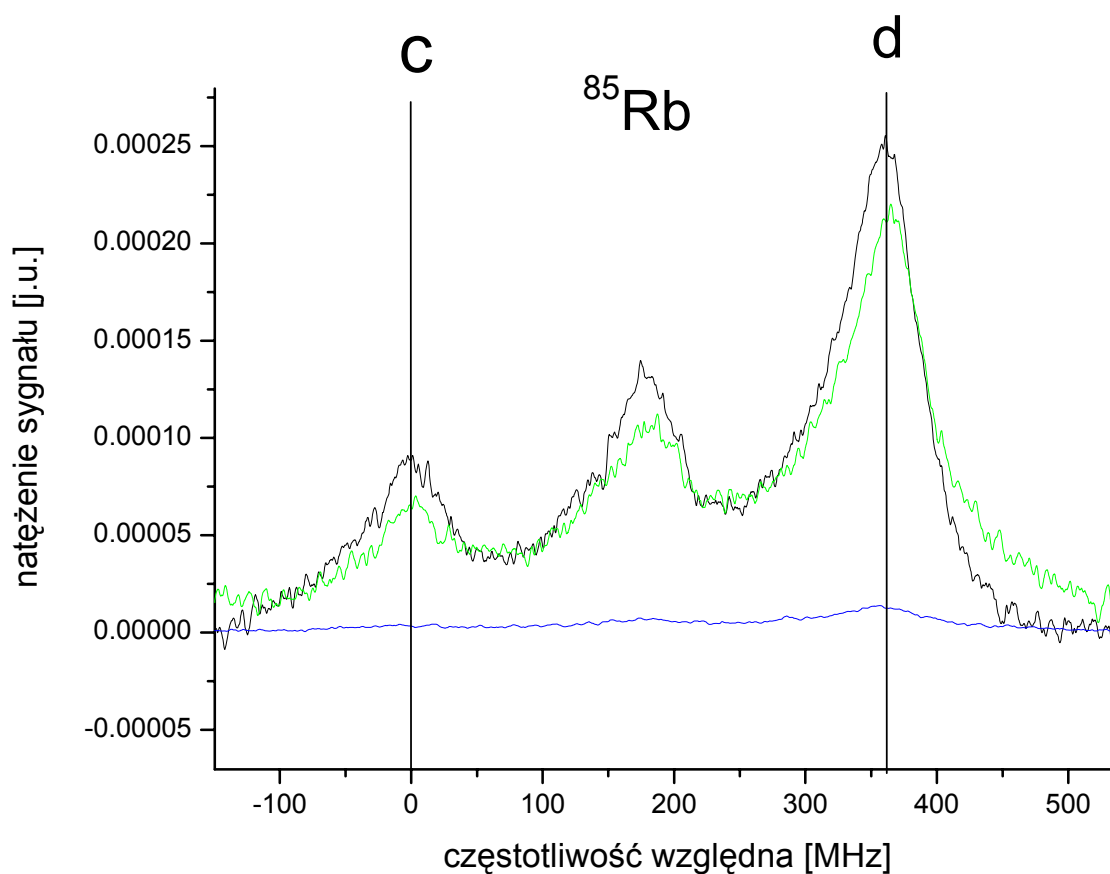
Rys.5.14 Tabela odległości poszczególnych rezonansów linii D1 w widmie absorpcyjnym atomu Rb 85 : przejścia $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 2,3\rangle$ - tabela wartości dla widm absorpcyjnych pokazanych na rysunkach 5.2 do 5.11.



Rysunek 5.14 a. Bezdopplerowskie widma absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej. Ilustracja spadku mocy rejestrowanego sygnału laserowej wiązki próbkującej w funkcji kąta padania.

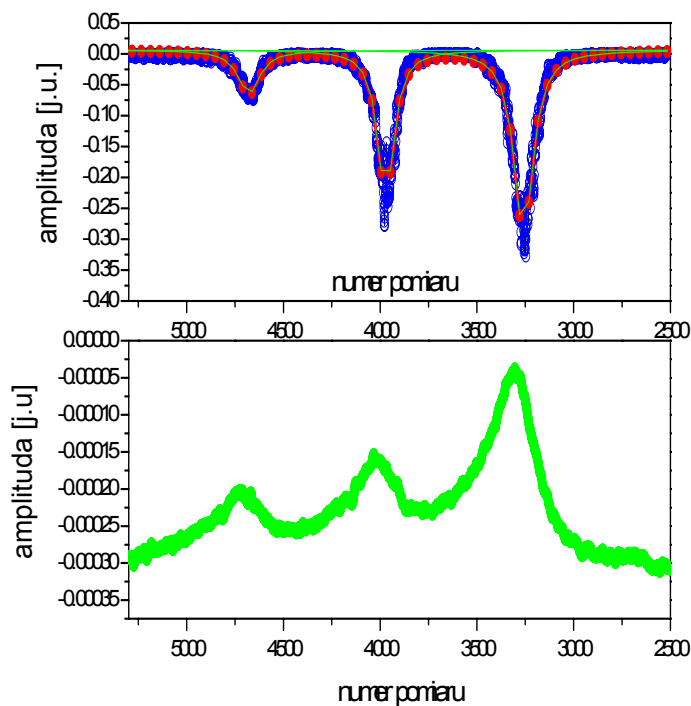
Przykładowe widma absorpcyjne atomów rubidu w polu fali zanikającej dla przejść nadsubtelnych c,d linii D1.

Temperatura par atomowych rubidu 430 [K]
Kąt padania wiązki próbkującej na powierzchnię graniczną:
 44° , 47° , 50°



Rys.5.15 Bez Dopplerowskie widma absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej.

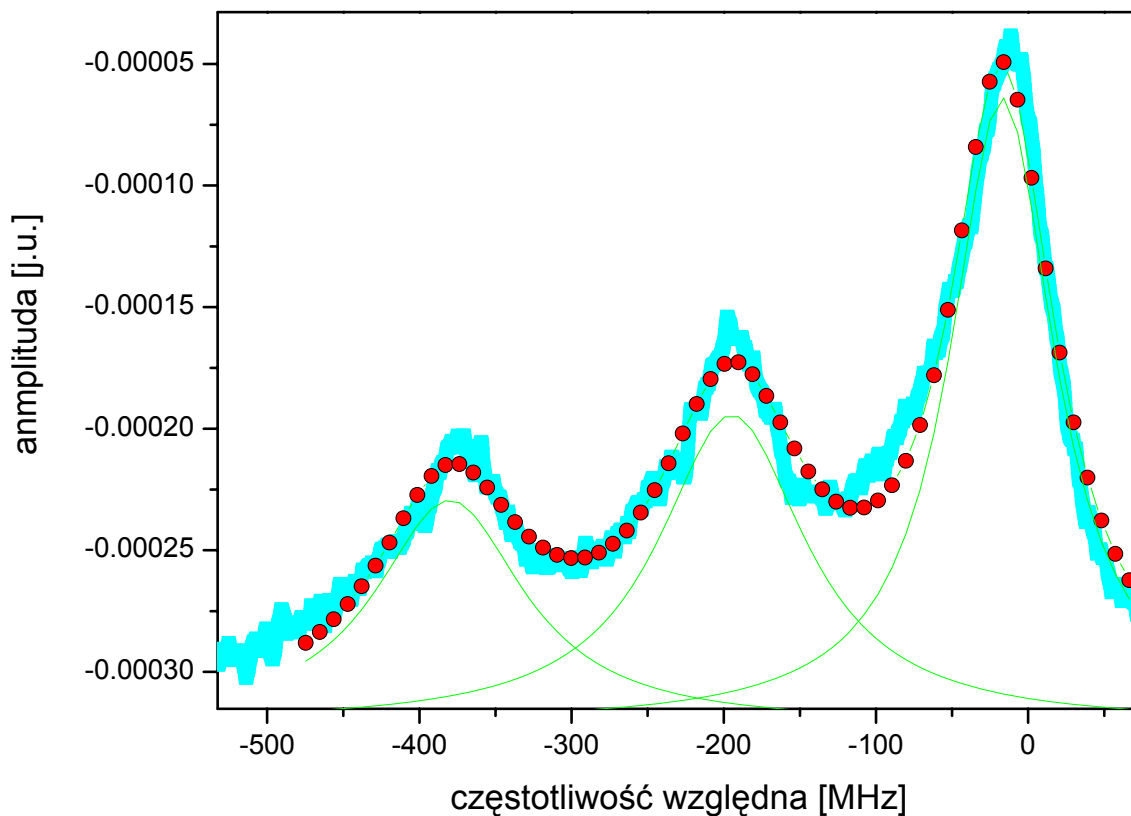
Temperatura par atomowych rubidu 430 [K]
 Kąt padania wiązki próbującej na powierzchnię graniczną:
 44°



Wartości parametrów fitu		y0	0.00592	± 0.00031
Model: Lorentz		xc1	3258.74131	± 0.301
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - xc)^2 + w^2))$		w1	117.68489	± 0.93775
Weighting:		A1	-55.09319	± 0.34299
y No weighting		xc2	3970.70292	± 0.34833
Chi ² /DoF = 0.00011		w2	100.84347	± 1.06191
R ² = 0.97005		A2	-37.76477	± 0.30486
		xc3	4678.25441	± 1.36462
		w3	135.619	± 4.28158
		A3	-15.03421	± 0.37455
		$\Delta x=1 = 0.255 \pm 2.8e-4$ [MHz]		

Rys.5.16 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej.

Temperatura par atomowych rubidu 430 [K]
 Kąt padania wiązki próbkującej na powierzchnię graniczną:
 44°

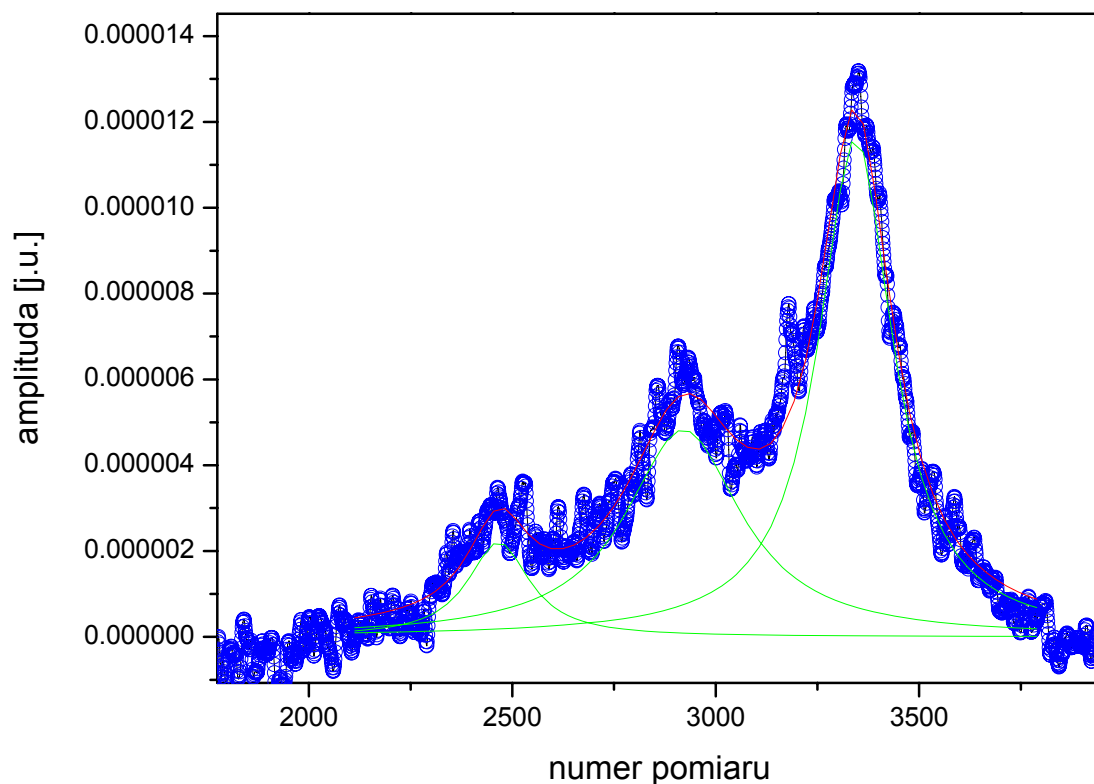


Wartości parametrów fitu	y0	-0.00032±2.1518E-6
Model: Lorentz	xc1	-17.03867 ±0.15146
Equation: $y = y_0 + (2*A/PI)*(w/(4*(x-xc)^2 + w^2))$	w1	83.54305 ±0.89668
Weighting:	A1	0.03381 ±0.00051
y No weighting	xc2	-194.71643 ±0.37099
	w2	117.51821 ±1.76057
	A2	0.02348 ±0.00052
	xc3	-380.11796 ±0.54079
Chi ² /DoF = 8.917E-11	w3	118.44396 ±3.14857
R ² = 0.97023	A3	0.01715 ±0.0007

Rys.5.17 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej

Temperatura par atomowych rubidu 430 [K]
 Kąt padania wiązki próbkującej na powierzchnię graniczną:

50°



	y0	0	±0
	xc1	2466.66887	±2.70034
	w1	183.52845	±9.03755
	A1	0.00064	±0.00003
	xc2	2920.91371	±1.91051
	w2	346.15448	±7.74498
	A2	0.00262	±0.00005
	xc3	3343.98018	±0.59124
	w3	222.04772	±2.01969
	A3	0.00405	±0.00003
Wartości parametrów fitu			
Model: Lorentz			
Equation: $y = y_0 + (2 \cdot A / \pi) \cdot (w / (4 \cdot (x - x_c)^2 + w^2))$			
Weighting:			
y	No weighting		
Chi ² /DoF	= 2.8161E-13		
R ²	= 0.96916		

Rys.5.18 Bezdopplerowskie widmo absorpcyjne atomów rubidu w fali zanikającej

Czas życia atomu rubidu 85 ze względu na emisję spontaniczną dla przejścia $5^2S_{1/2} \leftarrow 5^2P_{1/2}$ i odpowiadająca temu przejściu szerokość naturalna linii wynosi:

$$\tau = 27.70 \text{ [ns]} \Rightarrow \gamma_{nat} = 5.74 \text{ [MHz]},$$

Wektory falowe zanikającego pola laserowej wiązki pompującej i zanikającego pola laserowej wiązki sondującej mają następujące wartości:

Kąt padania na powierzchnię dielektryka: θ i wzór na wektor falowy.	Wartości wektora falowego zanikającego pola laserowej wiązki sondującej	Wartości wektora falowego zanikającego pola laserowej wiązki pompującej
$\theta = 44^\circ$, $k_{\parallel} = 1.47 * k_0 \sin(\theta)$,	$8,07 * 10^6 \text{ [1/m]}$	$8,07 * 10^6 \text{ [1/m]}$
$\theta = 44^\circ$, $ k_{\perp} = k_0 \sqrt{(1.47 * \sin(\theta))^2 - 1}$,	$1.63 * 10^6 \text{ [1/m]}$	$1.63 * 10^6 \text{ [1/m]}$
$\theta = 47^\circ$, $k_{\parallel} = 1.47 * k_0 \sin(\theta)$,	$8,50 * 10^6 \text{ [1/m]}$	
$\theta = 47^\circ$, $ k_{\perp} = k_0 \sqrt{(1.47 * \sin(\theta))^2 - 1}$,	$3.12 * 10^6 \text{ [1/m]}$	
$\theta = 50^\circ$, $k_{\parallel} = 1.47 * k_0 \sin(\theta)$,	$8,90 * 10^6 \text{ [1/m]}$	
$\theta = 50^\circ$, $ k_{\perp} = k_0 \sqrt{(1.47 * \sin(\theta))^2 - 1}$,	$4.09 * 10^6 \text{ [1/m]}$	
$\theta = 53^\circ$, $k_{\parallel} = 1.47 * k_0 \sin(\theta)$,	$9,28 * 10^6 \text{ [1/m]}$	
$\theta = 53^\circ$, $ k_{\perp} = k_0 \sqrt{(1.47 * \sin(\theta))^2 - 1}$,	$4.86 * 10^6 \text{ [1/m]}$	

Rys. 5.19 Tabela wartości wektorów falowych dla zanikającego pola laserowej wiązki pompującej i laserowego pola zanikającego wiązki próbującej.

Efektywna szerokość połówkowa rejestrowanego sygnału bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego atomów rubidu w zanikającym polu laserowej wiązki sondującej przeciwbieżnego do zanikającego pola laserowej wiązki pompującej będzie w okolicach częstości rezonansu krzyżowego określona następującym wyrażeniem (patrz równanie 3.6.7 – strona 62):

$$\gamma_{eff}/2 = \left[\left(\frac{k_{||,sond}}{k_{||,pomp} + k_{||,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] \left[\gamma_{pomp,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \gamma_{sond,eff} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right] =$$

$$= \left[\left(\frac{k_{||,sond}}{k_{||,pomp} + k_{||,sond}} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \right] * \left[\begin{aligned} & (\gamma_{Nat} + \gamma_{Las}) \left(\sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right) + \\ & + 2v_{\perp} k_0 \left(\sqrt{[n \sin(\theta_{pomp} = 44^\circ)]^2 - 1} \sqrt{\left(\frac{I_{pomp}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} + \sqrt{[n \sin(\theta_{sond})]^2 - 1} \sqrt{\left(\frac{I_{sond}}{\tilde{I}_S} + 1 \right)} \right) \end{aligned} \right]$$

gdzie:

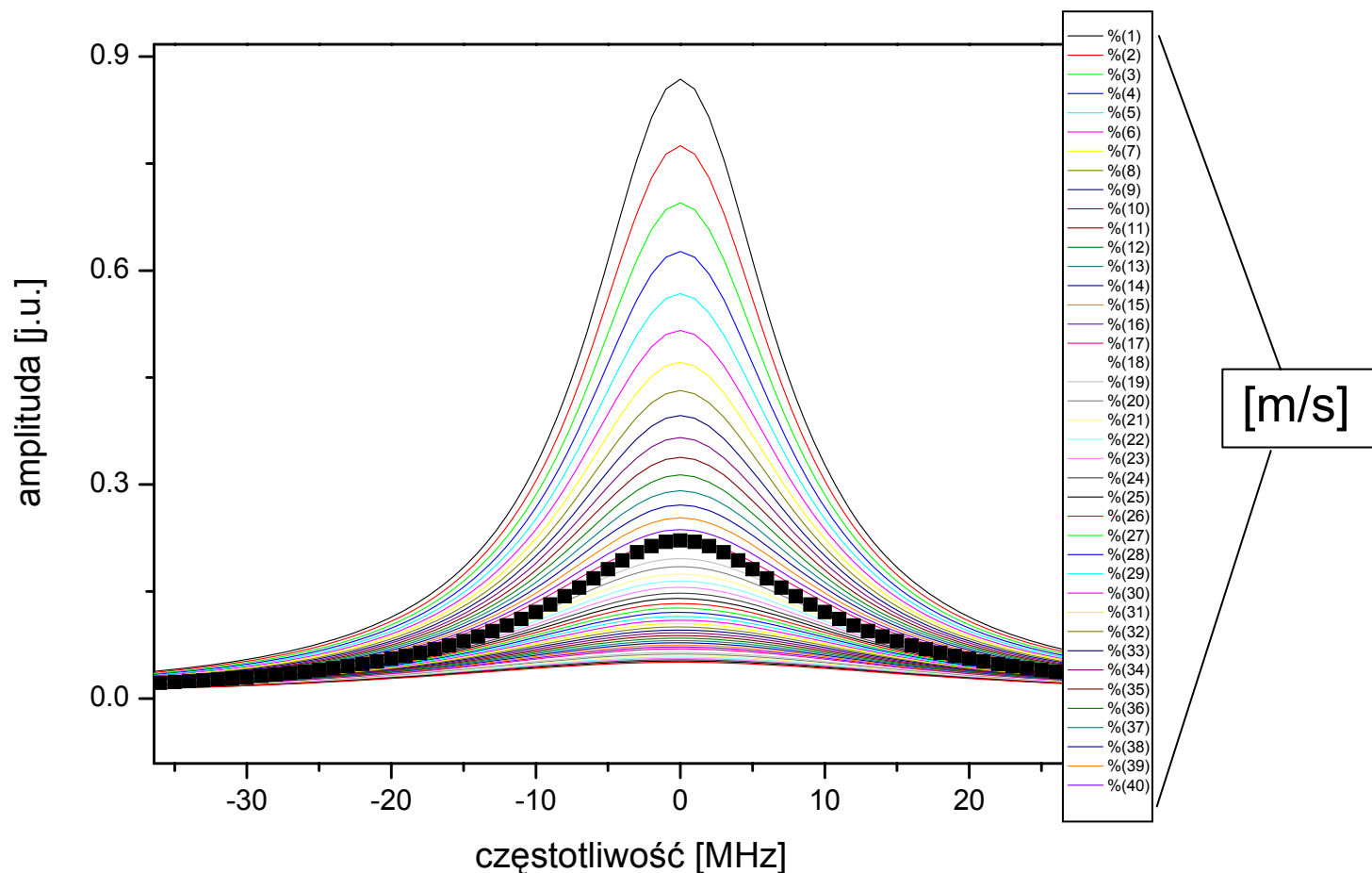
\tilde{I}_S – parametr nasycenia (patrz równanie 3.5.10 strona 52)

$$\tilde{I}_S = \frac{\hbar \omega}{\sigma_{F=2}^0 \tau} \frac{[1 + \tau[k_{\perp,p} v_{\perp}]]}{12 \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{12}{7} + 1 \right] \frac{\gamma_{nat}}{\gamma_{p,eff}}},$$

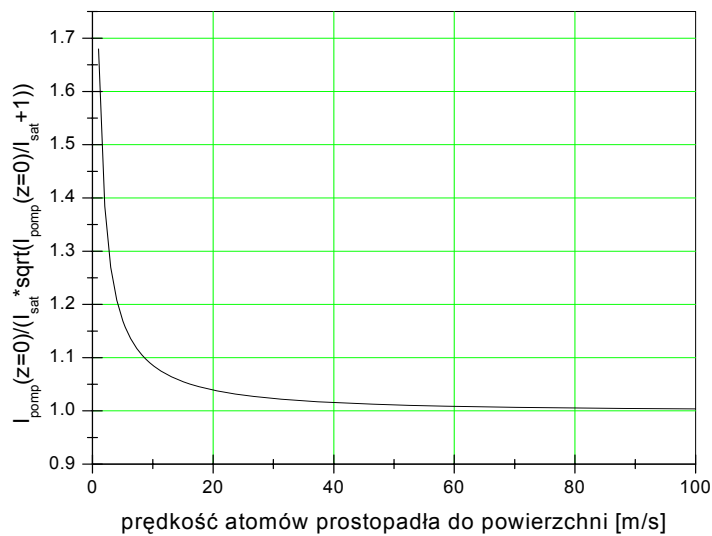
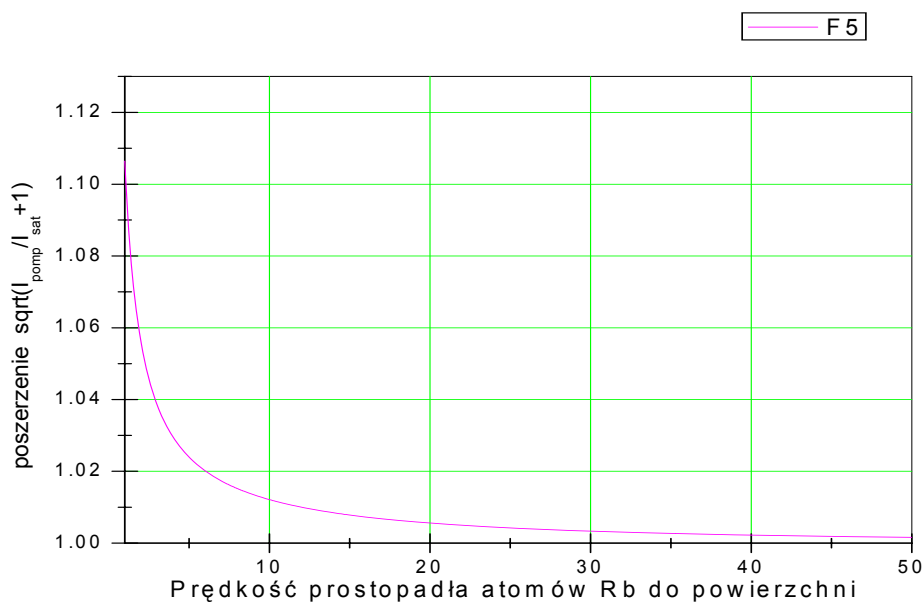
W powyższym wzorze na $\gamma_{eff}/2$ wartości natężenia poszczególnych zanikających pól związanych z laserową wiązką pompującą i laserową wiązką sondującą mają natężenia określone przez współczynniki transmisji wyznaczone z równań Fresnela dla fali zanikającej (patrz paragraf 2.4 rozdział 2 – strona 32). W przeprowadzonym doświadczeniu natężenia poszczególnych wiązek i odpowiadające im natężenia transmitowanego w ośrodek par atomowych pola zanikającego wynosiły:

Natężenie wiązki laserowej pompującej w pryzmacie	Natężenie zanikającego pola laserowego pompującego w parach atomowych rubidu na powierzchni dielektryka ($z=0$)	Natężenie wiązki laserowej sondującej w pryzmacie	Natężenie zanikającego pola laserowego sondującego w parach atomowych rubidu na powierzchni dielektryka ($z=0$)
0.57 [mW/cm ²]	3.27 [mW/cm ²]	0.114 [mW/cm ²]	0.301 [mW/cm ²]

Rys. 5.20 Tabela wartości intensywności zanikających pól laserowych.



Rys. 5.21 Symulacja składowej linii widmowej atomów rubidu rezonansu krzyżowego ilustrująca zmiany amplitudy i szerokości poławkowej w zależności od prędkości v_{\perp} atomów rubidu prostopadłej do powierzchni dielektryka. Wartość średnia linii widmowej zaznaczona jest kolorem czarnym. Liczby numerujące poszczególne linie widmowe to wartości prędkości v_{\perp} (w [m/s]) atomów rubidu w kierunku prostopadłym do powierzchni dielektryka.

Rys.5.22 Amplituda sygnału w funkcji prędkości v_{\perp} 

Rys.5.23 Poszerzenie mocy sygnału:

$$\sqrt{\left(\frac{I_{\text{sond}}}{\tilde{I}_S} + 1\right)} = \sqrt{1 + I_{\text{sond}} / \left[\frac{\hbar \omega}{\sigma_{F=2}^0 \tau} \frac{[1 + \tau[k_{\perp,p} v_{\perp}]]}{\frac{7}{12} \left[\frac{1}{[k_{\perp,p} v_{\perp}]} \Gamma_{P,2 \rightarrow S,2} + \frac{12}{7} + 1 \right]} \right] \frac{\gamma_{\text{nat}}}{\gamma_{p,\text{eff}}}}}$$

Podsumowanie

W niniejszej pracy magisterskiej podjęto próbę zarejestrowania zjawiska rozdzielania się linii rezonansów krzyżowych w bezdopplerowskim widmie absorpcyjnym atomów rubidu w fali zanikającej. Jak wiemy z paragrafu 4.1 pole zanikające związane z wiązką laserową pompującą i pole zanikające związane z wiązką laserową próbkującą mają różne wartości pseudo-pędu gdy kąty padania wiązek laserowych na powierzchnię graniczną różnią się. Oddziaływanie rezonansowe pola laserowej fali zanikającej z atomami rubidu blisko powierzchni dielektryka polega na przekazie pseudo-pędu do atomów w procesie rezonansowych wzbudzeń atomowych – równania 4.1.4 i 4.1.5 pokazują, że różne wartości pseudo-pędu przeciwbieżnie propagujących się równoległe do powierzchni dielektryka pól fal zanikających związanych laserową wiązką próbkującą i z laserową wiązką pompującą prowadzą do pojawienia się w bezdopplerowskim widmie absorpcyjnym rezonansów krzyżowych dla różnych wartości częstotliwości. Niestety otrzymane wyniki nie pozwalają na stwierdzenie, że rozdzielanie się rezonansów krzyżowych zostało jednoznacznie zaobserwowane. Analiza zarejestrowanych bezdopplerowskich widm absorpcyjnych atomów rubidu w polu fali zanikającej dla nadsubtelnych przejść a, b ($F=3 \rightarrow F'=2,3$) linii D1 pozwala zauważyć, że dla kątów padania próbkującej wiązki laserowej na powierzchnię dielektryka powyżej 50° (7 stopni powyżej kąta krytycznego dla całkowitego wewnętrznego odbicia) struktura przebiegu zmienności profilu linii widmowej w okolicach częstości rezonansu krzyżowego zaczyna mieć pewne cechy wskazujące na wyodrębnianie się złożonej struktury splotu dwóch składowych związanych z liniami widmowymi rezonansów krzyżowych. Warto zwrócić uwagę na fakt, że nakładające się składowe sygnały rezonansu krzyżowego uzyskane w fitowaniu mają szerokości spektralne mniejsze od szerokości spektralnych rezonansów głównych – jest to widoczne dla widm z rysunków 5.9, 5.11, 5.13. Ten efekt może być wynikiem zaburzenia maxwellowskiego rozkładu prędkości atomów znajdujących się bardzo blisko powierzchni rozdziału i oddziałujących z polem przeciwbieżnych

pól zanikających. Gdy zwiększamy kąt padania wiązki próbkującej głębokość obszaru penetracji ośrodka par atomowych przez falę zanikająca zmniejsza się i amplituda rejestrowanego sygnału absorpcji gwałtownie maleje – całkowita liczba atomów oddziałujących z polem zmniejsza się:

$$N \cong N_o \frac{\gamma_{nat}}{\gamma_{nat} + |k_{\perp}| |v_{\perp}|},$$

i dla np. dla kątów padania większych od 55° rejestrowany sygnał absorpcji jest w zasadzie zerowy. Na rysunkach 5.2 – 5.11 pokazano również obrazy pierwszej pochodnej bezdopplerowskiej linii widmowej uzyskane przez numeryczne różniczkowanie zarejestrowanych profili widmowych. Dokładniejszą obserwację złożonej struktury bezdopplerowskiego widma absorpcyjnego w fali zanikającej można uzyskać w przyszłości przy zastosowaniu rejestracji fazoczułej sygnału sondującej fali zanikającej z modulacją częstotliwościową wiązki laserowej, która pozwoli na bezpośrednią rejestrację pierwszej pochodnej linii widmowej.

Spis Literaturny

- [1] Sir Izaak Newton, *Opticks or A Treatise of Reflections, Refraction, Inflection & Colours of Light*, [Based on the Forth Edition, 1730], Dover Publications, Inc. New York 1979
- [2] James Clark Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, [Based on the Third Edition Published by the Clarendon Press in 1891], Vol.1, Dover Publications, Inc. New York 1998
- [3] James Clark Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, [Based on the Third Edition Published by the Clarendon Press in 1891], Vol.2, Dover Publications, Inc. New York 1998
- [4] A. Einstein, *On The Quantum Theory of Radiation*, Phys. ZS. **18** (1917) 121
- [5] R. Ladenburg, *The Quantum–Theoretical Interpretation of the Number of Dispersion Electrons*, Zs. F. Physik **4** (1921) 451–468
- [6] University of Zurich, *Sources of Quantum Mechanics*, Edited with a Historical Introduction by B.L. Van Der Waerden, Zurich 1966, Classics of Science, Volume V, Dover Publications, Inc. , New York 1997
- [7] T.Matsudo et al., *Pseudomomentum transfer from evanescent waves to atoms measured by saturated absorption spectroscopy*, Optics Comm. **145**, 64 (1998)
- [8] T.Matsudo et al., *Direct detection of evanescent electromagnetic waves at a planar dielectric surface by laser atomic spectroscopy*, Phys. Rev. A **55**, 2406 (1997)
- [9] D.F.Nelson, Phys. Rev. A **44**, 3985 (1991)
- [10] C.K.Carniglia and L.Mandel, *Quantization of Evanscent Electromagnetic Waves*, Phys. Rev. D **3**, 280 (1971)
- [11] J.D.Jackson, *Elektrodynamika klasyczna*, PWN, Warszawa 1982
- [12] W.A.Ugarow, *Szczególna teoria względności*, PWN, Warszawa 1985
- [13] J.Petykiewicz, *Optyka falowa*, PWN, Warszawa 1986
- [14] Grant R.Fowles, *Introduction to modern optics*, Dover Publications, Inc., New York 2000

- [15] Herman Klejman, *Lasery*, PWN, Warszawa 1974
- [16] N.W.Karłow, *Wykłady z fizyki laserów*, WNT, Warszawa 1989
- [17] Krzysztof Kiersnowski, *Praca magisterska*, Kraków 1997
- [18] Tomasz Kawalec, *Praca magisterska*, Kraków 2001
- [19] John Emsley, *Chemia - przewodnik po pierwiastkach*, PWN, Warszawa 1997
- [20] Operating Manual and Programming Referance, SR830 DSP Lock-In Amplifier, SRS (1993)
- [21] B.M.Jaworski, A.A.Dietław, *Fizyka - poradnik encyklopedyczny*, PWN, Warszawa 1985
- [22] W.Demtroder, *Spektroskopia laserowa*, PWN, Warszawa 1993
- [23] 2001 *External Cavity Diode Laser - owner's manual*
- [24] F. de Fornel, *Evanescent Waves From Newtonian Optics to Atomic Optics*, Springer, Berlin 2000
- [25] H.Minkowski, *Nachr. Ges. Wiss. Gottingen* 53 (1908); *Math. Ann.* **68**, 472 (1910)
- [26] M.Abraham, *Rend. Pal.* **28**, 1 (1909); **30**, 33 (1910)
- [27] E.I. Blount, Bell Telephone Laboratories Technical Memorandum 38139-9 (1971)
- [28] Aaldert Hidde van Amerongen, *Evanescent-wave probing of cold atoms near a dielectric surface*, Doctoraalscriptie Experimentele Natuurkunde, Van der Waals-Zeeman Instituut, Universiteit van Amsterdam, April 2002, adres: Polderweg 96, 1093 KP Amsterdam
- [29] National Institute of Standards and Technology, Technology Administration, U.S. Department of Commerce, Standard Reference Data Group : <www.nist.gov/srd>

- [30] Daniel A. Steck, *Rubidium 87 D line Data*, Theoretical Division (T-S), MS B285 Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, 25 September 2001, internet address: <<http://steck.us/alkalidata>>
- [31] F. de Tomasi, S. Milosević, P. Verkerk, A. Fioretti, M. Allegrini, Z. J. Jabbourt and J. Huennekens, *Experimental study of caesium $6P_J + 6P_J \rightarrow 7P_J + 6S$ energy pooling collisions and modelling of the excited atom in the presence of optical pumping and radiation trapping*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **30** (1997) 4991-5008
- [32] A. K. Popov and S. G. Rautian, *Atomic coherence and interference phenomena in resonant nonlinear optical interactions*, 15th International Conference on Nonlinear Optics ICONO'95 27 June – 1 July 1995, St. Petersburg, Russia, Coherent Phenomena and Amplification without Inversion
- [33] P. G. Pappas, M. M. Burns, D. D. Hinshelwood and M. S. Feld, *Saturation spectroscopy with laser optical pumping in atomic barium*, Phys. Rev. A **21**, 1955-1968 (June, 1980)
- [34] Marek Kasprowicz, *Zjawisko selektywnego odbicia*, Praca magisterska, Uniwersytet Jagielloński, Kraków 2000

Dodatek A

Kopia elektroniczna fragmentu książki:
 Sir Izaak Newton,
*Opticks or A Treatise of Reflections,
 Refraction, Inflection & Colours of Light*,
 [Based on the Forth Edition, 1730],
Dover Publications, Inc. New York 1979,
 wykorzystana tylko i wyłącznie
 w tej pracy magisterskiej.

58

OPTICKS

incident Rays, that those Rays began all of them to be reflected, those Rays which in the third Prism had suffered the greatest Refraction, and painted the Paper with violet and blue, were first of all by a total Reflexion taken out of the transmitted Light, the rest remaining and on the Paper painting their Colours of green, yellow, orange and red, as before; and afterwards by continuing the Motion of the two Prisms, the rest of the Rays also by a total Reflexion vanished in order, according to their degrees of Refrangibility. The Light therefore which emerged out of the two Prisms is compounded of Rays differently refrangible, seeing the more refrangible Rays may be taken out of it, while the less refrangible remain. But this Light being trajected only through the parallel Superficies of the two Prisms, if it suffer'd any change by the Refraction of one Superficies it lost that Impression by the contrary Refraction of the other Superficies, and so being restor'd to its pristine Constitution, became of the same Nature and Condition as at first before its Incidence on those Prisms; and therefore, before its Incidence, was as much compounded of Rays differently refrangible, as afterwards.

Illustration. In the twenty second Figure ABC and BCD are the two Prisms tied together in the form of a Parallelopiped, their Sides BC and CB being contiguous, and their Sides AB and CD parallel. And HJK is the third Prism, by which the Sun's Light propagated through the hole F into the dark Chamber, and there passing through those sides

BOOK ONE. PART I

59

of the Prisms AB, BC, CB and CD, is refracted at O to the white Paper PT, falling there partly upon P by a greater Refraction, partly upon T by a less Refraction, and partly upon R and other intermediate places by intermediate Refractions. By turning the

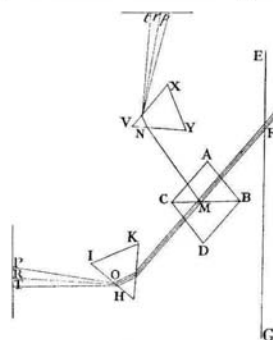


FIG. 22.

Parallelopiped ACBD about its Axis, according to the order of the Letters A, C, D, B, at length when the contiguous Planes BC and CB become sufficiently oblique to the Rays FM, which are incident upon them at M, there will vanish totally out of the refracted Light OPT, first of all the most refracted Rays OP, (the rest OR and OT remaining as before) then the Rays OR and other intermediate ones, and

lastly, the least refracted Rays OT. For when the Plane BC becomes sufficiently oblique to the Rays incident upon it, those Rays will begin to be totally reflected by it towards N; and first the most refrangible Rays will be totally reflected (as was explained in the preceding Experiment) and by Consequence must first disappear at P, and afterwards the rest as they are in order totally reflected to N, they must disappear in the same order at R and T. So then the Rays which at O suffer the greatest Refraction, may be taken out of the Light MO whilst the rest of the Rays remain in it, and therefore that Light MO is compounded of Rays differently refrangible. And because the Planes AB and CD are parallel, and therefore by equal and contrary Refractions destroy one anothers Effects, the incident Light FM must be of the same Kind and Nature with the emergent Light MO, and therefore doth also consist of Rays differently refrangible. These two Lights FM and MO, before the most refrangible Rays are separated out of the emergent Light MO, agree in Colour, and in all other Properties so far as my Observation reaches, and therefore are deservedly reputed of the same Nature and Constitution, and by Consequence the one is compounded as well as the other. But after the most refrangible Rays begin to be totally reflected, and thereby separated out of the emergent Light MO, that Light changes its Colour from white to a dilute and faint yellow, a pretty good orange, a very full red successively, and then totally vanishes. For after the most refrangible Rays which paint the

Paper at P with a purple Colour, are by a total Reflexion taken out of the beam of Light MO, the rest of the Colours which appear on the Paper at R and T being mix'd in the Light MO compound there a faint yellow, and after the blue and part of the green which appear on the Paper between P and R are taken away, the rest which appear between R and T (that is the yellow, orange, red and a little green) being mixed in the beam MO compound there an orange; and when all the Rays are by Reflexion taken out of the beam MO, except the least refrangible, which at T appear of a full red, their Colour is the same in that beam MO as afterwards at T, the Refraction of the Prism HJK serving only to separate the differently refrangible Rays, without making any Alteration in their Colours, as shall be more fully proved hereafter. All which confirms as well the first Proposition as the second.

Scholium. If this Experiment and the former be conjoined and made one by applying a fourth Prism VXY [in Fig. 22.] to refract the reflected beam MN towards *tp*, the Conclusion will be clearer. For then the Light Np which in the fourth Prism is more refracted, will become fuller and stronger when the Light OP, which in the third Prism HJK is more refracted, vanishes at P; and afterwards when the less refracted Light OT vanishes at T, the less refracted Light Nt will become increased whilst the more refracted Light at *p* receives no farther increase. And as the trajected beam MO in vanishing is always of such a Colour as ought to result from the mixture of the

Colours which fall upon the Paper PT, so is the reflected beam MN always of such a Colour as ought to result from the mixture of the Colours which fall upon the Paper *pt*. For when the most refrangible Rays are by a total Reflexion taken out of the beam MO, and leave that beam of an orange Colour, the Excess of those Rays in the reflected Light, does not only make the violet, indigo and blue at *p* more full, but also makes the beam MN change from the yellowish Colour of the Sun's Light, to a pale white inclining to blue, and afterward recover its yellowish Colour again, so soon as all the rest of the transmitted Light MOT is reflected.

Now seeing that in all this variety of Experiments, whether the Trial be made in Light reflected, and that either from natural Bodies, as in the first and second Experiment, or specular, as in the ninth; or in Light refracted, and that either before the unequally refracted Rays are by diverging separated from one another, and losing their whiteness which they have altogether, appear severally of several Colours, as in the fifth Experiment; or after they are separated from one another, and appear colour'd as in the sixth, seventh, and eighth Experiments; or in Light trajected through parallel Superficies, destroying each others Effects, as in the tenth Experiment; there are always found Rays, which at equal Incidences on the same Medium suffer unequal Refractions, and that without any splitting or dilating of single Rays, or contingence in the inequality of the Refractions, as is proved in the fifth and sixth

Experiments. And seeing the Rays which differ in Refrangibility may be parted and sorted from one another, and that either by Refraction as in the third Experiment, or by Reflexion as in the tenth, and then the several sorts apart at equal Incidences suffer unequal Refractions, and those sorts are more refracted than others after Separation, which were more refracted before it, as in the sixth and following Experiments, and if the Sun's Light be trajected through three or more cross Prisms successively, those Rays which in the first Prism are refracted more than others, are in all the following Prisms refracted more than others in the same Rate and Proportion, as appears by the fifth Experiment; it's manifest that the Sun's Light is an heterogeneous Mixture of Rays, some of which are constantly more refrangible than others, as was proposed.

PROP. III. THEOR. III.

The Sun's Light consists of Rays differing in Reflexibility, and those Rays are more reflexible than others which are more refrangible.

THIS is manifest by the ninth and tenth Experiments: For in the ninth Experiment, by turning the Prism about its Axis, until the Rays within it which in going out into the Air were refracted by its Base, became so oblique to that Base, as to begin to be totally reflected thereby; those Rays became